

JCGM 106:2012

Evaluación de datos de medición – El papel de la incertidumbre de medida en la evaluación de la conformidad



Primera edición 2012

Primera edición en español 2015

Centro Español de Metrología

© JCGM 2012



GOBIERNO
DE ESPAÑA

MINISTERIO
DE INDUSTRIA, ENERGÍA
Y TURISMO

CEM CENTRO ESPAÑOL
DE METROLOGÍA

JCGM 106:2012

Evaluación de datos de medición – El papel de la incertidumbre de medida en la evaluación de la conformidad



Primera edición 2012

Primera edición en español 2015

Centro Español de Metrología

© JCGM 2012

Los derechos de autor de esta guía del JCGM son propiedad conjunta de las organizaciones miembros del JCGM (BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP y OIML).

Derechos de autor

Aunque la versión electrónica puede descargarse de forma gratuita desde el sitio de Internet del BIPM (www.bipm.org), los derechos de autor de este documento son propiedad conjunta de las organizaciones miembros del JCGM, junto con los logotipos y emblemas respectivos, y están protegidos internacionalmente. Terceras partes no podrán reescribir o modificar, editar o vender, distribuir o poner en la red esta publicación. Todo uso comercial, reproducción o traducción de este documento o de sus logotipos, emblemas o documentos, u otras publicaciones que los contengan, deberá recibir previamente la autorización escrita del Director del BIPM.

El Centro Español de Metrología publica la traducción al español de esta edición del documento JCRB 106:2012: *Evaluación de Datos de medición. El papel de la incertidumbre de medida en la evaluación de la conformidad*, tanto en formato impreso como electrónico en www.cem.es, con autorización expresa del BIPM.



© JCGM 2012

Los derechos de autor de esta guía del JCGM son propiedad conjunta de las organizaciones miembros del JCGM (BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP y OIML).

Derechos de autor

Aunque la versión electrónica puede descargarse de forma gratuita desde el sitio de Internet de una o varias de las organizaciones miembros del JCGM, los derechos económicos y éticos de autor relativos a todas las publicaciones del JCGM están protegidos internacionalmente. El JCGM no permite, sin autorización expresa por escrito, que terceras partes reescriban o modifiquen, editen o vendan, distribuyan o pongan en la red, esta publicación. De la misma forma, el JCGM no permite ninguna alteración, incorporación u omisión en sus publicaciones, incluyendo sus títulos, lemas y logotipos, y los de sus organizaciones miembros.

Versiones oficiales y traducciones

Las únicas versiones oficiales de los documentos son las publicadas por el JCGM en sus idiomas originales.

Las publicaciones del JCGM pueden traducirse a idiomas distintos de aquellos en los que los documentos fueron publicados por el JCGM. Debe obtenerse la autorización del JCGM antes de hacer una traducción. Todas las traducciones deben respetar el original y el formato oficial de las fórmulas y unidades (sin ningún tipo de conversión a otras fórmulas o unidades), y contener la siguiente declaración:

Todos los productos del JCGM están internacionalmente protegidos por derechos de autor. Esta traducción del documento original del JCGM ha sido elaborada con la autorización del JCGM, el cual conserva plenamente los derechos de autor internacionalmente protegidos sobre el diseño y el contenido de este documento y sobre los títulos, logotipos y lemas del JCGM. Las organizaciones miembros del JCGM también conservan plenamente sus derechos internacionalmente protegidos sobre sus títulos, lemas y logotipos incluidos en las publicaciones del JCGM. La única versión oficial es el documento publicado por el JCGM, en los idiomas originales.

El JCGM no acepta ninguna responsabilidad derivada de la idoneidad, exactitud, integridad o calidad de la información y de los materiales ofrecidos en cualquier traducción. Se suministrará al JCGM una copia de la traducción en el momento de la publicación.

El Centro Español de Metrología publica la traducción al español de esta edición del documento JCRB 106:2012: *Evaluación de datos de medición. El papel de la incertidumbre de medida en la evaluación de la conformidad*, tanto en formato impreso como electrónico en www.cem.es, con autorización expresa del JCGM.

Reproducción

Este documento se reproduce con el permiso del JCGM, que conserva plenamente los derechos de autor protegidos internacionalmente sobre el diseño y el contenido de este documento y sobre los títulos, lemas y logotipos del JCGM. Las organizaciones miembros del JCGM también conservan plenamente sus derechos internacionalmente protegidos sobre sus títulos, lemas y logotipos incluidos en las publicaciones del JCGM. Las únicas versiones oficiales son las versiones originales de los documentos publicados por el JCGM.

Exención de responsabilidad

El JCGM y sus organizaciones miembros han publicado este documento para mejorar el acceso a la información sobre metrología. Se esforzarán por actualizarlo de manera periódica, pero no pueden garantizar la exactitud en todo momento y no serán responsables de los daños directos o indirectos que puedan derivarse de su uso. Las referencias a productos comerciales de cualquier tipo (incluyendo *software*, datos o *hardware*, pero sin limitarse a ellos) o los enlaces a sitios web sobre los que el JCGM y sus organizaciones miembros no tengan control y sobre los que no asuman ninguna responsabilidad, no implican la aprobación, la adopción ni la recomendación del JCGM y sus organizaciones miembros.

Índice

Prólogo	vi
Introducción	vii
1 Alcance	1
2 Referencias normativas	2
3 Términos y definiciones	2
3.1 Términos relacionados con la probabilidad	2
3.2 Términos relacionados con la metrología	4
3.3 Términos relacionados con la evaluación de la conformidad	5
4 Convenciones y notación	8
5 Límites de tolerancia e intervalos de tolerancia	9
5.1 Mediciones de la evaluación de la conformidad	9
5.2 Valores permitidos y no permitidos: intervalos de tolerancia	10
5.3 Ejemplos de límites de tolerancia	11
6 Conocimiento del mensurando	11
6.1 Probabilidad e información	11
6.2 Teorema de Bayes.....	12
6.3 Información resumen	13
6.3.1 Mejor estimación e incertidumbre típica	13
6.3.2 Intervalos de cobertura	13
7 Probabilidad de la conformidad con requisitos especificados	14
7.1 Regla general para el cálculo de la probabilidad de la conformidad.....	14
7.2 Probabilidades de conformidad, con FDP normales.....	15
7.3 Intervalos de tolerancia unilaterales con FDP normales.....	16
7.3.1 Límite de tolerancia inferior único.....	16
7.3.2 Límite de tolerancia superior único.....	16
7.3.3 Enfoque general con límites de tolerancia únicos.....	17
7.4 Intervalos de tolerancia bilaterales con FDP normales.....	18
7.5 Probabilidad de la conformidad e intervalos de cobertura	19
7.6 Índice de capacidad de medición, C_m	20
7.7 Índice de capacidad de medición y probabilidad de la conformidad.....	20
8 Intervalos de aceptación	22
8.1 Límites de aceptación	22
8.2 Regla de decisión basada en la aceptación simple	22
8.3 Reglas de decisión basadas en zonas de seguridad.....	23
8.3.1 Consideraciones generales	23
8.3.2 Aceptación conservadora	24
8.3.3 Rechazo conservador.....	25

9	Riesgos del consumidor y del fabricante	27
9.1	Aspectos generales	27
9.2	Funciones de densidad de probabilidad, FDP, para el proceso productivo y el sistema de medida	28
9.3	Posibles resultados de una medición de inspección con una regla de decisión binaria	28
9.4	La FDP conjunta para Y e Y_m	30
9.5	Cálculo de riesgos globales	31
9.5.1	Contexto histórico	31
9.5.2	Formulación general	31
9.5.3	Caso especial: Regla de decisión binaria	32
9.5.4	Establecimiento de los límites de aceptación	33
9.5.5	Enfoque gráfico general	37
9.5.6	El valor de la incertidumbre de medida reducida	38
Anexo A		40
(informativo)		40
Distribuciones normales		40
A.1	Función de densidad de probabilidad normal	40
A.2	Integrales de FDP normales	40
A.3	Probabilidades de cobertura para FDP normales	41
A.4	Densidades de probabilidad de procesos y medición normales	41
A.4.1	FDP previa $g_0(\eta)$ para el mensurando Y	41
A.4.2	FDP $h(\eta_m \eta)$ para Y_m , dado un valor $Y = \eta$	42
A.4.3	FDP marginal $h_0(\eta_m)$ para Y_m	42
A.4.4	FDP posterior (tras la medida) $g(\eta \eta_m)$ para Y	43
A.5	Cálculos de riesgo con FDP normales y una regla de decisión binaria	44
Anexo B		46
(informativo)		46
Conocimiento previo del mensurando		46
B.1	Control estadístico de procesos	46
B.2	Elemento elegido de forma aleatoria entre una muestra medida de elementos	46
B.3	Una propiedad positiva cerca de un límite físico	49
Anexo C		52
(informativo)		52
Glosario de símbolos principales		52
Bibliografía		55
Índice alfabético		58

Prólogo

En el año 1997 se creó el Comité Conjunto de Guías de Metrología (JCGM), presidido por el director de la Oficina Internacional de Pesas y Medidas (BIPM) e integrado por las siete organizaciones internacionales que elaboraron en 1993 la *Guía para la expresión de la incertidumbre de medida* (GUM) y el *Vocabulario internacional de términos fundamentales y generales de metrología* (VIM). El JCGM asumió la responsabilidad del Grupo Asesor Técnico 4 de ISO (TAG4) en estos dos documentos.

El Comité Conjunto está formado por la BIPM junto con la Comisión Electrotécnica Internacional (IEC), la Federación Internacional de Química Clínica y Laboratorios Clínicos (IFCC), la Cooperación Internacional de Acreditación de Laboratorios (ILAC), la Organización Internacional de Normalización (ISO), la Unión Internacional de Química Pura y Aplicada (IUPAC), la Unión Internacional de Física Pura y Aplicada (IUPAP) y la Organización Internacional de Metrología Legal (OIML). Una nueva organización se unió a estas siete organizaciones internacionales, la Cooperación Internacional para la Acreditación de Laboratorios (ILAC).

El JCGM tiene dos grupos de trabajo: el Grupo de Trabajo 1, “Expresión de la incertidumbre de medida”, cuya tarea es promover el uso de la GUM y elaborar suplementos así como otros documentos para su amplia utilización, y el Grupo de Trabajo 2, “Grupo de Trabajo sobre el vocabulario internacional de términos fundamentales y generales de metrología (VIM)”, cuya tarea es revisar el VIM y promover su uso. Para más información sobre la actividad del JCGM, visite www.bipm.org.

Documentos como el presente están destinados a dar un valor añadido a la GUM proporcionando una guía sobre aspectos de la evaluación de la incertidumbre que no son tratados explícitamente en la GUM. Esta guía es, sin embargo, lo más coherente posible con los fundamentos generales sobre probabilidades, considerados en la GUM.

El presente documento ha sido elaborado por el Grupo de Trabajo 1 del JCGM y se ha visto favorecido por las revisiones detalladas de las organizaciones miembros del JCGM y los Institutos Nacionales de Metrología.

Introducción

La *evaluación de la conformidad* (véase el apartado 3.3.1), en su sentido más amplio, es una actividad que se emprende para determinar, directa o indirectamente, si un producto, proceso, sistema, persona u organismo obedece las normas correspondientes y cumple con los *requisitos específicos* (véase el apartado 3.3.3). La Norma ISO/IEC 17000:2004 proporciona términos generales y definiciones relacionadas con la evaluación de la conformidad, incluyendo la acreditación de los organismos de evaluación de la conformidad y el uso de la evaluación de la conformidad para facilitar el comercio.

En un tipo concreto de evaluación de la conformidad, a veces denominado *inspección* (véase el apartado 3.3.2), para determinar si un producto cumple un requisito específico, la medición será la principal fuente de información. La Norma ISO 10576-1:2003 [22] establece las directrices para comprobar la conformidad con límites específicos en caso de que se mida una *magnitud* (véase el apartado 3.2.1) y un *intervalo de cobertura* resultante (véase el apartado 3.2.7) (denominado “intervalo de incertidumbre” en la Norma ISO 10576-1:2003) se compare con un *intervalo de tolerancia* (véase el apartado 3.3.5). El presente documento amplía este enfoque para incluir consideraciones explícitas sobre el riesgo y desarrolla procedimientos generales para decidir la conformidad en función de los *resultados de medición* (véase el apartado 3.2.5), reconociendo el papel central de las *distribuciones de probabilidad* (véase el apartado 3.1.1) como expresiones de la incertidumbre y de información incompleta.

La evaluación de la incertidumbre de medida supone un problema técnico, abordado por el JCGM 100:2008, la *Guía para la expresión de la incertidumbre de medida* (GUM) y sus Suplementos JCGM 101:2008, JCGM 102:2011 y JCGM 103 [3]. Este documento asume que una magnitud de interés, el *mensurando* (véase el apartado 3.2.4), se ha medido con el resultado de medida expresado de forma compatible con los principios descritos en la GUM. En concreto, se asume que se han aplicado las correcciones correspondientes a todos los efectos sistemáticos que se consideran importantes.

En la evaluación de la conformidad, se utiliza el resultado de una medida para decidir si un elemento determinado cumple con un requisito específico. El elemento puede ser, por ejemplo, un voltímetro digital o un bloque patrón, que debe calibrarse según la ISO/IEC 17025:2005 [23] o verificarse según la ISO 3650 [24], o una muestra de aguas residuales industriales. El requisito suele consistir en uno o dos *límites de tolerancia* (véase el apartado 3.3.4) que definen un intervalo de valores permitidos, denominado *intervalo de tolerancia* (véase el apartado 3.3.5), o una propiedad mensurable del elemento. Algunos ejemplos de dichas propiedades son la longitud del bloque patrón, el error de indicación de un voltímetro y la concentración de mercurio en una muestra de aguas residuales. Si el valor verdadero de la propiedad se encuentra dentro del intervalo de tolerancia, se dice que hay conformidad, y de no ser así, se dice que no hay conformidad.

NOTA Cuando se utiliza el término “intervalo de tolerancia” para la evaluación de la conformidad, tiene un significado distinto a cuando se utiliza en estadística.

Generalmente, hay varias propiedades mensurables para decidir la conformidad de un elemento y puede haber uno o más intervalos de tolerancia, relacionados con cada propiedad. También puede haber varias decisiones posibles para cada propiedad, dado el resultado de una medición. Tras haber medido una magnitud determinada, se puede (a) aceptar el elemento, (b) rechazar el elemento, (c) realizar otra medida, y así sucesivamente. Este documento se refiere a aquellos elementos que tienen una única propiedad escalar con un requisito dado por uno o dos límites de tolerancia, y un resultado binario con sólo dos estados posibles, conforme o no conforme, y dos decisiones consecuentes posibles, aceptación o rechazo. Los conceptos que se han presentado pueden aplicarse a problemas de decisión más generales.

Normalmente, al evaluar los datos de medición, el conocimiento de los posibles valores de un mensurando, se expresa y transmite mediante una *función de densidad de probabilidad* (véase el apartado 3.1.3), o una aproximación numérica de dicha función. A menudo, este conocimiento se concreta en la mejor estimación (considerada *el valor de la magnitud medida* [véase el apartado 3.2.6]), junto con una incertidumbre de medida asociada, o un intervalo de cobertura que contenga el valor del mensurando con una *probabilidad de cobertura* dada (véase el apartado 3.2.8). Por lo tanto, una evaluación de la conformidad con requisitos específicos es cuestión de probabilidad, basándose en la información disponible tras realizar la medición.

En una medición típica, el mensurando de interés no es observable por sí solo. Por ejemplo, la longitud de un bloque patrón de acero no puede observarse directamente, pero se podría observar la indicación de un micrómetro si sus bocas de medida estuvieran en contacto con los extremos del bloque. Esta indicación aporta información sobre la longitud del bloque a través de un modelo de medida que incluye los efectos de magnitudes de influencia, como la dilatación térmica y la calibración del micrómetro. En la evaluación de la conformidad, la decisión de aceptación o rechazo se basa en datos observables (por ejemplo, valores medidos de la magnitud), que llevan a una inferencia de los valores posibles de un mensurando no observable [37].

La incertidumbre de la medida hace que siempre exista el riesgo de equivocarse al decidir si un elemento cumple con un requisito determinado, basado en el valor medido de una propiedad. Hay dos tipos de decisiones incorrectas: cuando existe la posibilidad de que un elemento, que se acepta como conforme, en realidad no lo sea, y la posibilidad de que un elemento, que se rechaza por no ser conforme, en realidad lo sea.

Al definir un *intervalo de aceptación* (véase el apartado 3.3.9) de valores medidos permitidos de un mensurando, el riesgo de tomar una decisión de aceptación o rechazo incorrecta, relacionada con la incertidumbre de medida, puede compensarse para minimizar los costes asociados de tal decisión. Este documento analiza el problema técnico de calcular la *probabilidad de la conformidad* (véase el apartado 3.3.7) y las probabilidades de ambos tipos de decisiones incorrectas, dada una función de densidad de probabilidad (FDP) para el mensurando, los límites de tolerancia y los límites del intervalo de aceptación.

La figura 1 muestra un intervalo de aceptación determinado y su relación con un intervalo de tolerancia correspondiente.

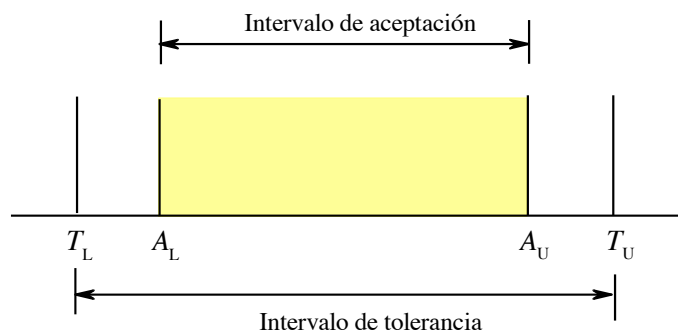


Figura 1 – Evaluación de la conformidad binaria, donde las decisiones se basan en valores medidos de la magnitud. Se establece que el valor verdadero de una propiedad mensurable (el mensurando) de un elemento estará comprendido en un intervalo de tolerancia entre los límites (T_L , T_U). Si el valor medido de la propiedad está comprendido en el intervalo definido por límites de aceptación (véase el apartado 3.3.8) (A_L , A_U), el elemento se considera conforme; de no ser así, se considera no conforme.

La elección de los límites de tolerancia y de aceptación son decisiones empresariales o políticas que dependen de las consecuencias que conllevan las desviaciones de la calidad deseada del producto. El alcance de este documento no incluye un enfoque general de la naturaleza de estas decisiones; véanse, por ejemplo, las referencias [14, 15, 34, 35, 36, 44].

Evaluación de los datos de medición – El papel de la incertidumbre de medida en la evaluación de la conformidad

1 Alcance

Este documento ofrece directrices y procedimientos para evaluar la conformidad de un elemento (entidad, objeto o sistema) con unos requisitos específicos. El elemento podría ser, por ejemplo, un bloque patrón, una báscula de mercado o una muestra de sangre. Los procedimientos pueden aplicarse si se dan las condiciones siguientes:

- el elemento se distingue por una única *magnitud* escalar (véase el apartado 3.2.1) (una propiedad mensurable) definida con un nivel de detalle tal que pueda ser representada de manera razonable, por, fundamentalmente, un único valor verdadero;

NOTA La GUM explica por qué no debe utilizarse el término "verdadero". No obstante, en este documento se utilizará cuando pueda haber ambigüedad o confusión.

- uno o dos límites de tolerancias especifican un intervalo de valores permitidos de la propiedad;
- la propiedad puede medirse y el *resultado de medida* (véase el apartado 3.2.5) expresarse de forma consistente con los principios de la GUM, tal que el conocimiento del valor de la propiedad pueda describirse razonablemente mediante (a) una *función de densidad de probabilidad* (véase el apartado 3.1.3) (FDP), (b) una *función de distribución* (véase el apartado 3.1.2), (c) aproximaciones numéricas a dichas funciones, o (d) la mejor estimación, junto con un intervalo de cobertura y una probabilidad de cobertura asociada.

Los procedimientos desarrollados en este documento permiten obtener un intervalo de valores medidos permitidos de la propiedad de interés, denominado intervalo de aceptación. Los límites de aceptación pueden elegirse para compensar el riesgo asociado con la aceptación de elementos no conformes (riesgo del consumidor) o el rechazo de elementos conformes (riesgo del fabricante).

Se afrontan dos tipos de problemas de evaluación de la conformidad. El primero consiste en establecer los límites de aceptación que garanticen que se logre la probabilidad de conformidad deseada en la medición de un único elemento. El segundo consiste en establecer los límites de aceptación para garantizar un nivel medio aceptable de confianza al medir un número de elementos nominalmente idénticos. Se proporcionan orientaciones para su solución.

Este suplemento contiene ejemplos que ilustran las directrices proporcionadas. Los conceptos que se presentan pueden aplicarse a problemas de evaluación de la conformidad más generales, basados en la medida de un conjunto de mensurandos escalares. Algunos documentos, como las referencias [19, 13], cubren aspectos de sectores específicos de evaluación de la conformidad.

Este documento está dirigido a responsables de calidad, miembros de organizaciones de normalización, autoridades de acreditación y al personal de laboratorios de ensayo y medida, organismos de inspección, organismos de certificación, agencias reguladoras, docentes e investigadores.

2 Referencias normativas

Los siguientes documentos normativos son indispensables para la utilización de este documento.

JCGM 100:2008. *Evaluación de datos de medición – Guía para la expresión de la incertidumbre de medida (GUM)*.

JCGM 101:2008. *Evaluación de datos de medición – Suplemento 1 de la “Guía para la expresión de la incertidumbre de medida” – Propagación de distribuciones aplicando el método de Monte Carlo*.

JCGM 102:2011. *Evaluación de datos de medición – Suplemento 2 de la “Guía para la expresión de la incertidumbre de medida” – Ampliación a cualquier número de magnitudes de salida*.

JCGM 200:2012. *Vocabulario Internacional de Metrología – Conceptos fundamentales y generales, y términos asociados*. 3ª Edición.

ISO/IEC 17000:2004. *Conformity assessment – Vocabulary and general principles*.

ISO 3534-1:2006. *Estadística. Vocabulario y símbolos. Parte 1: Términos estadísticos generales y términos empleados en el cálculo de probabilidades*.^{NT1}

ISO 3534-2:2006. *Estadística. Vocabulario y símbolos. Parte 2: Estadística aplicada*.^{NT2}

3 Términos y definiciones

A efectos del presente documento, se aplican las definiciones del JCGM 100:2010, JCGM 101:2008 y JCGM 200:2012, a menos que se indique lo contrario. A continuación, se presentan sucintamente algunas de las definiciones más relevantes de estos documentos. En las referencias normativas se podrá encontrar información suplementaria, incluyendo notas y ejemplos.

Asimismo, se dan otras definiciones especialmente importantes para la evaluación de la conformidad, incluyendo aquellas extraídas o adaptadas de otras fuentes.

Aquellas definiciones que citen otros documentos incluyen una NOTA previa a dicha cita. También se incluyen otras NOTAS propias de este documento.

A diferencia del JCGM 200:2012, en este documento, los términos “indicación” y “error máximo permitido (de indicación)” se consideran magnitudes en lugar de valores.

NOTA Las citas en la forma [JCGM 101:2008 3.4] indican apartados de la referencia citada.

3.1 Términos relacionados con la probabilidad

3.1.1

distribución de probabilidad

distribución

medida de probabilidad derivada de una variable aleatoria

NOTA Hay numerosas representaciones matemáticas equivalentes de una distribución, incluyendo la función de distribución (véase el apartado 3.1.2), la función de densidad de probabilidad, si existe, (véase el apartado 3.1.3), y la función característica.

[Adaptado de ISO 3534-1:2006 2.11]

^{NT1} Norma UNE-ISO 3534-1:2008

^{NT2} Norma UNE-ISO 3534-2:2008

3.1.2**función de distribución**

función que proporciona, para cada valor ξ , la probabilidad de que la variable aleatoria X sea menor o igual a ξ :

$$G_x(\xi) = \Pr(X \leq \xi)$$

[JCGM 101:2008 3.2]

3.1.3**función de densidad de probabilidad**

FDP

derivada, cuando existe, de la función de distribución

$$g_x(\xi) = dG_x(\xi) / d\xi$$

NOTA $g_x(\xi) d\xi$ es el "elemento de probabilidad"

$$g_x(\xi) d\xi = \Pr(\xi < X < \xi + d\xi)$$

[Adaptado de JCGM 101:2008 3.3]

3.1.4**distribución normal**

distribución de probabilidad de una variable aleatoria continua X , cuya función de densidad de probabilidad es

$$g_x(\xi) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\xi - \mu}{\sigma} \right)^2 \right],$$

para $-\infty < \xi < +\infty$

NOTA 1 μ es la *esperanza matemática* (véase el apartado 3.1.5) y σ es la *desviación típica* (véase el apartado 3.1.7) de X .

NOTA 2 La distribución normal también se conoce como distribución gaussiana.

[JCGM 101:2008 3.4]

3.1.5**esperanza matemática**

para una variable aleatoria continua X , caracterizada por una FDP $g_x(\xi)$,

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi g_x(\xi) d\xi$$

NOTA 1 La esperanza matemática también se conoce como media.

NOTA 2 No todas las variables aleatorias tienen esperanza matemática.

NOTA 3 La esperanza matemática de la variable aleatoria $Z = F(X)$, para una función dada $F(X)$, es

$$E(Z) = E(F(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) g_x(\xi) d\xi$$

[JCGM 101:2008 3.6]

3.1.6

varianza

para una variable aleatoria continua X , caracterizada por una FDP $g_x(\xi)$,

$$V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} [\xi - E(X)]^2 g_x(\xi) d\xi$$

NOTA No todas las variables aleatorias tienen varianza.

[JCGM 101:2008 3.7]

3.1.7

desviación típica

raíz cuadrada positiva de la varianza

[JCGM 101:2008 3.8]

3.2 Términos relacionados con la metrología

3.2.1

magnitud

propiedad de un fenómeno, cuerpo o sustancia, cuyo valor puede expresarse mediante un número y una referencia

[JCGM 200:2012 1.1]

3.2.2

valor de la magnitud

valor

número y referencia que, conjuntamente, expresan el valor de una magnitud

[JCGM 200:2012 1.19]

3.2.3

valor verdadero de la magnitud

valor verdadero

valor de la magnitud consistente con su definición

[JCGM 200:2012 2.11]

3.2.4

mensurando

magnitud que se desea medir

[JCGM 200:2012 2.3]

NOTA En este documento, el mensurando es una propiedad medible de un elemento de interés.

3.2.5

resultado de medida

resultado de una medición

conjunto de valores de una magnitud atribuidos a un mensurando, acompañados de cualquier otra información relevante disponible

NOTA El resultado de una medición puede expresarse de varias maneras; dando, por ejemplo, (a) un valor de la magnitud medida, con una incertidumbre de medida asociada; (b) un intervalo de cobertura para el mensurando, con una probabilidad de cobertura asociada; (c) una FDP o (d) una aproximación numérica a una FDP.

[JCGM 200:2012 2.9]

3.2.6

valor medido de una magnitud

valor de una magnitud medida

valor medido

valor de la magnitud que representa un resultado de medida

NOTA Al valor de la magnitud medida también se le conoce como estimación, o mejor estimación, de una magnitud.

[JCGM 200:2012 2.10]

3.2.7

intervalo de cobertura

intervalo que contiene el conjunto de valores verdaderos de la magnitud de un mensurando con una probabilidad determinada, basado en la información disponible

[JCGM 200:2012 2.36]

3.2.8

probabilidad de cobertura

probabilidad de que el conjunto de valores verdaderos de la magnitud de un mensurando esté comprendido dentro de un intervalo de cobertura específico

[JCGM 200:2012 2.37]

3.2.9

indicación

valor proporcionado por un instrumento de medida o un sistema de medida

NOTA 1 Frecuentemente, las indicaciones vienen dadas por la posición de un índice, para salidas analógicas, o por un número visualizado o impreso, para salidas digitales.

NOTA 2 A la indicación también se le denomina lectura.

[Adaptado del JCGM 200:2012 4.1]

3.3 Términos relacionados con la evaluación de la conformidad

3.3.1

evaluación de la conformidad

actividad para determinar si se cumplen requisitos específicos relacionados con un producto, proceso, sistema, persona u organismo

[Adaptado de la ISO/IEC 17000:2004 2.1]

3.3.2

inspección

evaluación de la conformidad mediante observación y valoración, junto con medición, ensayo o calibración, si procede

[Adaptado de la ISO 3534-2:2006 4.1.2]

NOTA A una medición llevada a cabo como parte de la evaluación de la conformidad, a veces se le denomina medición de inspección.

3.3.3

requisito específico

necesidad o expectativa establecida

NOTA Los requisitos específicos pueden establecerse en documentos normativos tales como regulaciones, normas y especificaciones técnicas.

[ISO/IEC 17000:2004 3.1]

NOTA 1 El término “expectativa” en el contexto de un requisito específico no está relacionado con la *esperanza matemática* de una variable aleatoria (véase la definición 3.1.5).

NOTA 2 En este documento, un requisito específico típico toma la forma de un intervalo establecido de valores permitidos para una propiedad mensurable de un elemento.

EJEMPLO 1 Una muestra de agua residual industrial (el elemento) debe tener una concentración másica de mercurio disuelto (la propiedad) no superior a 10 ng/L.

EJEMPLO 2 Una báscula de mercado (el elemento) debe tener una indicación R (la propiedad) en el intervalo $[999,5 \text{ g} \leq R \leq 1000,5 \text{ g}]$ al medir una pesa patrón de 1 kg.

3.3.4

límite de tolerancia

límite de especificación

límite especificado, superior o inferior, de los valores permitidos para una propiedad

[Adaptado de la ISO 3534-2:2006 3.1.3]

3.3.5

intervalo de tolerancia

intervalo de valores permitidos para una propiedad

[Adaptado de la ISO 10576-1:2003 3.5]

NOTA 1 Salvo que se indique lo contrario en una especificación, los límites de tolerancia pertenecen al intervalo de tolerancia.

NOTA 2 El término “intervalo de tolerancia” utilizado en la evaluación de la conformidad tiene un significado distinto del mismo término utilizado en estadística.

NOTA 3 En ASME B89.7.3.1:2001 [2], al intervalo de tolerancia se le denomina “zona de especificación”.

3.3.6

tolerancia

tolerancia especificada

diferencia entre los límites de tolerancia superior e inferior

3.3.7

probabilidad de conformidad

probabilidad de que un elemento cumpla un requisito específico

3.3.8

límite de aceptación

límite especificado, superior o inferior, de los valores permitidos para la magnitud medida

[Adaptado de la ISO 3534-2:2006 3.1.6]

3.3.9

intervalo de aceptación

intervalo de valores permitidos para la magnitud medida

NOTA 1 Salvo que se indique lo contrario en la especificación, los límites de aceptación pertenecen al intervalo de aceptación.

NOTA 2 En ASME B89.7.3.1 [2], al intervalo de aceptación se le denomina “zona de aceptación”.

3.3.10**intervalo de rechazo**

intervalo de valores no permitidos para la magnitud medida

NOTA En ASME B89.7.3.1 [2], al intervalo de rechazo se le denomina “zona de rechazo”.

3.3.11**zona de seguridad**

intervalo entre un límite de tolerancia y el límite de aceptación correspondiente

NOTA La zona de seguridad incluye los límites.

3.3.12**regla de decisión**

regla documentada que describe cómo contabilizar la incertidumbre de medida para aceptar o rechazar un elemento, considerando un requisito especificado y el resultado de una medición.

[Adaptado de ASME B89.7.3.1-2001 [2]]

3.3.13**riesgo específico del consumidor**

probabilidad de que un determinado elemento aceptado sea no conforme

3.3.14**riesgo específico del fabricante**

probabilidad de que un determinado elemento rechazado sea conforme

3.3.15**riesgo global del consumidor**

riesgo del consumidor

probabilidad de que se acepte un elemento no conforme basada en un resultado de medida futuro

3.3.16**riesgo global del fabricante**

riesgo del fabricante

probabilidad de que se rechace un elemento conforme basada en un resultado de medida futuro

3.3.17**índice de capacidad de medición**

tolerancia dividida por un múltiplo de la incertidumbre típica de medida asociada al valor medido de una propiedad de un elemento

NOTA En este documento se considerará 4 como valor del múltiplo (véase el apartado 7.6.3)

3.3.18**error máximo permitido (de indicación)**

EMP

para un instrumento de medida, diferencia máxima permitida por especificaciones o regulaciones entre la indicación del instrumento y el valor de la magnitud que se está midiendo,

NOTA 1 El término “errores máximos permitidos” se utiliza cuando se especifica más de una diferencia máxima, por ejemplo, una diferencia máxima negativa y una diferencia máxima positiva.

NOTA 2 El error de indicación puede escribirse como $E = R - R_0$, siendo R la indicación y R_0 la indicación de un instrumento de medida ideal que mide el mismo mensurando Y . En el ensayo y verificación de un instrumento de medida, el error de indicación se evalúa, habitualmente, midiendo un patrón de referencia calibrado.

4 Convenciones y notación

A los efectos de este suplemento se adoptan las siguientes convenciones, notación y terminología.

- 4.1** En la GUM, la incertidumbre típica relacionada con una estimación y de un mensurando Y se escribe como $u_c(y)$. El subíndice “c”, que indica incertidumbre típica “combinada”, se considera redundante y no se utiliza en este documento (véase JCGM 101:2008 4.10).
- 4.2** Una expresión escrita como $A =: B$ significa que B es definido por A .
- 4.3** Cuando no existe posibilidad de confusión, el símbolo u , en vez de $u(y)$ se utilizará para una notación más sencilla. La incertidumbre expandida U se toma como $U = ku$, utilizando un factor de cobertura $k = 2$. El valor de k se especifica cuando hay posibilidad de ambigüedad.
- 4.4** Una propiedad de interés (el mensurando) se considera una variable aleatoria Y con valores posibles η . Cuando se mide Y , la evaluación de los datos de medición genera un valor de magnitud medida η_m , que se considera una realización de una variable aleatoria observable Y_m . Generalmente, el valor medido η_m diferirá de Y en un error desconocido E , que depende de efectos aleatorios y sistemáticos.
- 4.5** Un intervalo de tolerancia especifica valores permitidos del mensurando Y . Una decisión de evaluación de la conformidad se basa en el valor medido η_m y en la relación de η_m con un intervalo de aceptación definido.
- 4.6** El conocimiento de las magnitudes Y e Y_m se expresa y transmite mediante FDP condicionales, cuyas expresiones dependen de la información disponible. Las FDP condicionales se representan con una barra vertical, con la información facilitada a la derecha de la barra. La FDP de un mensurando Y antes de la medida es $g_{Y|I}(\eta|I)$ donde el símbolo I denota información previa.
- 4.7** Tras la medición de una propiedad de interés, que proporciona un valor medido observado η_m , la FDP posterior a la medida para Y es $g_{Y|\eta_m, I}(\eta|\eta_m, I)$
- 4.8** Las FDP análogas para los posibles valores η_m de la magnitud de salida del sistema de medida Y_m son (a) $g_{Y_m|I}(\eta_m|I)$, que expresa la confianza en los posibles valores medidos, solo con la información previa proporcionada I , y (b) $g_{Y_m|\eta, I}(\eta_m|\eta, I)$, la FDP análoga cuando, además de la información previa I , se asume que el mensurando tiene un valor verdadero dado $Y = \eta$.
- 4.9** En aras de la brevedad, este documento omite en gran medida la presentación explícita de la información previa fija, I . Además, las FDP para Y e Y_m se expresan con los símbolos g y h , respectivamente, utilizando la siguiente notación en la que se suprimen en gran medida los subíndices:

- Para el conocimiento del mensurando Y , previo a la medida,

$$g_{Y|I}(\eta|I) =: g_0(\eta);$$

- Para el conocimiento del mensurando Y , posterior a la medida,

$$g_{Y|\eta_m, I}(\eta|\eta_m, I) =: g(\eta|\eta_m);$$

- Conocimiento de valores medidos posibles, contando sólo con la información previa I ,

$$g_{Y_m|I}(\eta_m|I) =: h_0(\eta_m);$$

- Conocimiento de Y_m asumiendo, además de la información I , un valor dado $Y = \eta$ del mensurando,

$$g_{Y_m|\eta, I}(\eta_m|\eta, I) =: h(\eta_m|\eta).$$

Estas FDP no son independientes, pero están relacionadas por el teorema de Bayes (véase el apartado 6.2)

4.10 De acuerdo con la Resolución 10 de la 22^a CGPM (2003) "... el signo decimal será el punto en la línea o la coma en la línea...". El JCGM ha decidido adoptar, en sus documentos en inglés, el punto en la línea.^{NT3}

5 Límites de tolerancia e intervalos de tolerancia

5.1 Mediciones de la evaluación de la conformidad

5.1.1 Considérese una situación en la que una propiedad de un elemento de interés, como el error de indicación de un voltímetro, se mide para decidir si el elemento cumple, o no, un requisito específico. Dicha evaluación de la conformidad incluye una secuencia de tres operaciones:

- medir la propiedad de interés;
- comparar el resultado de medida con el requisito especificado;
- decidir la acción consiguiente.

5.1.2 En la práctica, una vez obtenido el resultado de medida, normalmente las operaciones de comparación o decisión se implementan utilizando una *regla de decisión* (véase el apartado 3.3.12) establecida y determinada previamente, que depende del resultado de medida, del requisito especificado y de las consecuencias de una decisión equivocada.

5.1.3 Existe orientación disponible sobre la formulación de una regla de decisión. Las Normas ISO 14253-1 [21] y ASME B89.7.3.1 [2] proporcionan guías para documentar una regla de decisión elegida y para describir la función de la incertidumbre de medida a la hora de establecer los límites de aceptación. Estos documentos tratan de reglas de decisión que implican dos o más decisiones posibles, e incluyen la regla de decisión binaria, que concierne a este documento, como un caso especial.

5.1.4 La medición realizada como parte de una evaluación de la conformidad se diseña para obtener información suficiente para poder tomar una decisión con un nivel de riesgo aceptable. Una estrategia de medición adecuada equilibrará el coste de reducir la incertidumbre de la medida frente al beneficio de un conocimiento más seguro del valor verdadero del mensurando.

5.1.5 Una medida de inspección, junto con una regla de decisión relacionada, está pues estrechamente relacionada con aspectos como costes y riesgos. Por ello, a menudo, el diseño

^{NT3} En esta traducción al español se utiliza la coma en la línea.

de una evaluación de la conformidad satisfactoria no es un ejercicio estrictamente técnico. Si el objetivo es minimizar el coste, el problema puede reducirse a un cálculo directo, dado un modelo económico adecuado.

5.2 Valores permitidos y no permitidos: intervalos de tolerancia

5.2.1 En este documento, los requisitos especificados para un mensurando de interés son valores limitativos, llamados límites de tolerancia, que separan intervalos de valores permitidos del mensurando de intervalos de valores no permitidos [22]. Los intervalos de valores permitidos, denominados intervalos de tolerancia, son de dos tipos:

- intervalos de tolerancia unilateral, con un límite superior o inferior de tolerancia;
- intervalos de tolerancia bilateral, con límites superior e inferior de tolerancia.

En ambos casos, un elemento cumple los requisitos especificados si el valor verdadero del mensurando está comprendido en el intervalo de tolerancia; de no ser así, será no conforme. La figura 2 ilustra los intervalos de tolerancia mencionados.

5.2.2 Los intervalos unilaterales de tolerancia tienen a menudo límites adicionales, por motivos físicos o teóricos, no indicados explícitamente [22]. Dichos intervalos de tolerancia son en realidad bilaterales, contando con un límite especificado y un límite implícito (véanse los ejemplos 4 y 5 a continuación).

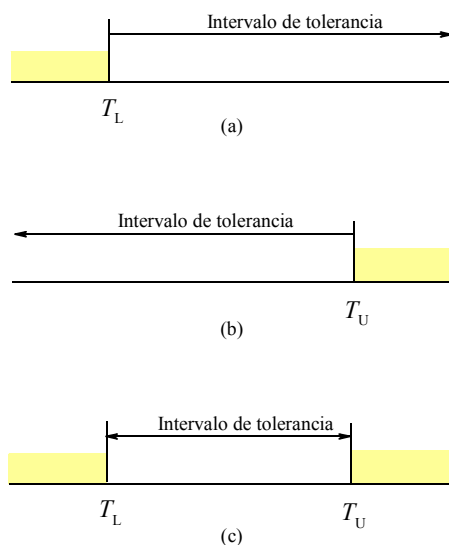


Figura 2 – Intervalos de tolerancia. (a) Intervalo unilateral con un único límite de tolerancia inferior T_L ; (b) intervalo unilateral con un único límite de tolerancia superior T_U ; (c) intervalo bilateral con límites de tolerancia inferior y superior. La diferencia $T_U - T_L$ se denomina tolerancia.

NOTA 1 En algunos casos, como en seguridad alimentaria o en protección medioambiental, especificar los límites de tolerancia en mediciones de la evaluación de la conformidad puede generar incertidumbres relacionadas con la dificultad de evaluar las consecuencias de decisiones equivocadas [29]. Un problema relacionado con el análisis de fiabilidad, denominado integridad de la incertidumbre, está relacionado con las contribuciones al riesgo no analizadas [31].

NOTA 2 Temas como la integridad de la incertidumbre no guardan relación alguna con la incertidumbre de medida asociada a una estimación de un mensurando, resultante de una medida de inspección. En este documento, los límites de tolerancia se consideran constantes fijas.

5.3 Ejemplos de límites de tolerancia

EJEMPLO 1 Único límite de tolerancia, superior

Se establece que la tensión de ruptura V_b de un tipo determinado de diodo Zener no debe ser superior a $-5,4$ V. Para un diodo conforme, V_b está comprendida en el intervalo abierto $V_b \leq -5,4$ V.

EJEMPLO 2 Único límite de tolerancia, inferior

Un recipiente metálico para refrescos requiere una resistencia al estallido B no inferior a 490 kPa. Los valores conformes de B están comprendidos en el intervalo abierto $B \geq 490$ kPa.

EJEMPLO 3 Límites de tolerancia superior e inferior explícitos

Se establece que una pesa OIML de 1 kg, de Clase E_1 [25], tendrá un error máximo permitido (EMP) de 500 μg . Esto equivale a especificar que la masa m de la pesa no será inferior a 0,999 999 5 kg ni superior a 1,000 000 5 kg. Una pesa conforme de 1 kg tendrá un error de masa $E = m - m_0$, con $m_0 = 1$ kg, comprendido en el intervalo $-500 \mu\text{g} \leq E \leq 500 \mu\text{g}$.

EJEMPLO 4 Límite de tolerancia superior explícito y límite de tolerancia inferior implícito

Según una regulación medioambiental, la concentración másica X de mercurio en un caudal de aguas residuales industriales debe ser superior a 10 ng/L, lo que constituye un límite de tolerancia superior explícito. Puesto que la concentración másica no puede ser inferior a cero, hay un límite inferior implícito de tolerancia de 0 ng/L. Una muestra de aguas residuales cumple esta regulación si la concentración másica de mercurio en la muestra está comprendida en el intervalo $0 \text{ ng/L} \leq X \leq 10 \text{ ng/L}$.

EJEMPLO 5 Límite de tolerancia inferior explícito y límite de tolerancia superior implícito

El benzoato de sodio en polvo, que se utiliza como conservante alimentario, debe tener un porcentaje de pureza, P , expresado como una fracción másica, en seco, del 99,0 % o más. Esto es un límite de tolerancia inferior explícito. La pureza no puede ser superior al 100 %, siendo éste un límite de tolerancia superior implícito. La pureza de una muestra conforme de benzoato de sodio estará pues comprendida en el intervalo de $99,0 \% \leq P \leq 100 \%$.

6 Conocimiento del mensurando

6.1 Probabilidad e información

6.1.1 En mediciones realizadas como parte de una evaluación de la conformidad, el conocimiento de una propiedad de interés (el mensurando) se modela mediante una función de densidad de probabilidad (FDP) condicional, cuya forma depende de la información disponible. Dicha información tiene siempre dos componentes: la que está disponible antes de realizar la medición (denominada información previa) y la información adicional que proporciona la medición [38].

6.1.2 La FDP de una propiedad de interés (el mensurando) representa y da confianza sobre sus posibles valores, para un estado de conocimiento determinado. Generalmente, un mensurando poco conocido tiene una FDP amplia, respecto a los requisitos de la evaluación de la conformidad, lo que indica un amplio intervalo de posibles valores compatibles con dicha información escasa. Al realizar una medición se obtiene información nueva para mejorar la FDP y reducir el intervalo de posibles valores del mensurando.

6.1.3 Por lo tanto, el efecto de una medición es actualizar el conocimiento previo a la medición y obtener un estado de conocimiento posterior a ésta que incluye los datos de la medición. La regla para esta transformación se llama teorema de Bayes y el marco matemático subyacente se conoce como la teoría de la probabilidad bayesiana. Este documento utiliza los resultados de este marco sin una justificación o desarrollo detallados. Existe una extensa bibliografía disponible (véanse, por ejemplo, las referencias [4, 5, 16, 26, 27, 39]).

6.2 Teorema de Bayes

6.2.1 En evaluación de la conformidad, una propiedad mensurable Y de un elemento de interés se considera una variable aleatoria con posibles valores denotados por η . Antes de medir Y , el conocimiento razonable sobre sus posibles valores se caracteriza por una FDP $g_0(\eta)$ previa a la medición, cuya forma es independiente del sistema de medida (véase el apartado 4.9).

6.2.2 La FDP $g_0(\eta)$ a priori se asigna a menudo basándose en el conocimiento adquirido en mediciones previas de elementos similares. El Anexo B explica los métodos para asignar una FDP previa a una propiedad de interés.

6.2.3 En una medición de inspección típica, la magnitud Y se mide con un procedimiento diseñado para proporcionar suficiente información para evaluar la conformidad con un requisito específico.

NOTA 1 Se utiliza el mismo símbolo para una magnitud y para la variable aleatoria que represente dicha magnitud (véase [GUM 4.1.1 nota 1]).

NOTA 2 El JCGM 101:2008 y el Anexo B proporcionan información sobre la asignación de las FDP en algunas situaciones habituales.

6.2.4 El resultado de un sistema de medida es una magnitud considerada como variable aleatoria Y_m , con posibles valores indicados por η_m . La medición de Y da una realización concreta, el *valor de la magnitud medida* η_m (véanse los apartados 3.2.6 y 4.4) y la FDP a posteriori resultante para la Y (tras la medición) dada esta nueva información, se expresa como:

$$g(\eta | Y_m = \eta_m) =: g(\eta | \eta_m).$$

6.2.5 Las FDP a priori y a posteriori están relacionadas por el teorema de Bayes

$$g(\eta | \eta_m) = C g_0(\eta) h(\eta_m | \eta), \quad (1)$$

donde, dado un valor medido η_m , C es una constante elegida para que $\int_{-\infty}^{\infty} g(\eta | \eta_m) d\eta = 1$. El término $h(\eta_m | \eta)$ de la expresión (1) es la FDP para los posibles valores de Y_m , dado un valor particular $Y = \eta$ del mensurando.

6.2.6 La FDP $h(\eta_m | \eta)$, expresada como una función de η para un valor medido η_m , se denomina verosimilitud de η dada η_m y se expresa como

$$h(\eta_m | \eta) =: \mathcal{L}(\eta; \eta_m).$$

Una medición puede observarse en términos de estímulo y respuesta o en términos de entrada y salida. En este sentido, la función de verosimilitud $\mathcal{L}(\eta; \eta_m)$ caracteriza la distribución de estímulos o entradas plausibles (valores de η) que puedan haber causado la respuesta o salida observada (valor medido η_m).

6.2.7 La forma de la función de verosimilitud dependerá del problema de medición específico y del sistema de medida, tal y como se describe en el modelo matemático, así como de otra información relevante como datos históricos, calibraciones del instrumento y resultados de medición de artefactos calibrados o materiales de referencia patrón y experiencia con sistemas

similares. En muchos casos de interés, la función de verosimilitud puede caracterizarse por una distribución normal (gaussiana).

6.2.8 El teorema de Bayes muestra cómo el estado de conocimiento posterior (tras la medición) deriva de una combinación de información previa (antes de la medición), expresada por la distribución a priori, e información proporcionada por la medición, representada por la función de verosimilitud.

6.2.9 En muchos casos, el sistema de medida se utiliza para complementar el conocimiento previo relativamente escaso del mensurando con información exacta de la medición. En dicho caso, la FDP del estado de conocimiento posterior (tras la medición) viene definida principalmente por la función de verosimilitud (que expresa la información de la medición), es decir,

$$g(\eta | \eta_m) = Ch(\eta_m | \eta)$$

a una aproximación cercana, en la que C es una constante.

6.3 Información resumen

6.3.1 Mejor estimación e incertidumbre típica

A menudo, el resultado de una medición se resume en una estimación del mensurando y un parámetro que caracteriza la dispersión de valores probables de esta estimación. En este documento, como estimación y de una propiedad Y se toma la *esperanza matemática* (véase el apartado 3.1.5) $E(Y | \eta_m)$. Como parámetro de dispersión asociado $u(y) = u$, llamado incertidumbre típica, se toma la *desviación típica* (véase el apartado 3.1.7) de Y , la raíz cuadrada positiva de la *varianza* (véase el apartado 3.1.6) $V(Y | \eta_m)$. $E(Y | \eta_m)$ y $V(Y | \eta_m)$ vienen dadas por

$$E(Y | \eta_m) = y = \int_{-\infty}^{\infty} \eta g(\eta | \eta_m) d\eta, \quad V(Y | \eta_m) = u^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\eta - y)^2 g(\eta | \eta_m) d\eta.$$

6.3.1.1 La incertidumbre típica u caracteriza la dispersión de Y en torno a la estimación y . Cuando la FDP de Y es de un solo pico (unimodal) y simétrica, la estimación y también es el valor más probable de Y ; es decir, la moda de la distribución.

6.3.1.2 Para una medición analizada según el JCGM 100:2010 (GUM), la evaluación de los datos de medición proporciona una estimación del mensurando (valor de la magnitud medida) η_m , y una incertidumbre típica asociada u_m . Se asume que la información previa es tan escasa que la FDP $g(\eta | \eta_m)$ posterior a la medición puede resumirse mediante la estimación $y = \eta_m$ y la incertidumbre típica asociada $u = u_m$ (véase el apartado 7.6.1).

6.3.2 Intervalos de cobertura

6.3.2.1 En una medición, la probabilidad de que Y no sea superior a un valor determinado a es

$$\Pr(Y \leq a | \eta_m) = G(a) = \int_{-\infty}^a g(\eta | \eta_m) d\eta,$$

donde $G(z) = \int_{-\infty}^z g(\eta | \eta_m) d\eta$, es la función de distribución de Y , dada la información η_m .

6.3.2.2 Por consiguiente, la probabilidad p de que Y esté comprendida en el intervalo $[a, b]$, con $a < b$, es

$$p = \Pr(a \leq Y \leq b | \eta_m) = \int_a^b g(\eta | \eta_m) d\eta = G(b) - G(a). \quad (2)$$

6.3.2.3 Un intervalo como $[a, b]$ se denomina intervalo de cobertura para Y , y p es la probabilidad de cobertura asociada. El JCGM 101:2008 ofrece orientación sobre cómo construir un intervalo de cobertura con una probabilidad de cobertura deseada, incluyendo el caso de aproximación discreta a la función de distribución obtenida por el método de Monte Carlo.

6.3.2.4 Cuando la FDP de Y es simétrica y unimodal, un intervalo de cobertura importante y ampliamente utilizado es el centrado en la mejor estimación y , con una longitud igual a un múltiplo de la incertidumbre típica u . La GUM define una incertidumbre de medida adicional, denominada incertidumbre de medida expandida, U , obtenida al multiplicar la incertidumbre típica u por un factor de cobertura k :

$$U = ku. \quad (3)$$

6.3.2.5 El factor de cobertura se elige de forma que permita conseguir una probabilidad de cobertura deseada asociada al intervalo de cobertura $[y - U, y + U]$. La relación entre k y la probabilidad de cobertura asociada depende de la FDP para Y .

NOTA 1 Un intervalo de cobertura en la forma $[y - U, y + U]$ a veces se denomina intervalo de incertidumbre, como en la Norma ISO 10576-1:2003 3.7 [22].

NOTA 2 Si la FDP para Y es asimétrica, puede ser más conveniente determinar el menor intervalo de cobertura para una probabilidad de cobertura dada. Véase JCGM 101:2008 5.3.4 para obtener orientaciones sobre este cálculo.

7 Probabilidad de la conformidad con requisitos especificados

7.1 Regla general para el cálculo de la probabilidad de la conformidad

7.1.1 Un elemento cumple con un requisito especificado si el valor verdadero de su propiedad asociada Y está comprendido en el intervalo de tolerancia. El conocimiento de Y se expresa mediante una FDP $g(\eta | \eta_m)$, de forma que una declaración de conformidad siempre es una inferencia, con alguna probabilidad de ser verdadera. Al indicar el conjunto de valores permitidos (conformes) de Y por C , la probabilidad de la conformidad, indicada por p_c , se expresa como

$$p_c = \Pr(Y \in C | \eta_m) = \int_C g(\eta | \eta_m) d\eta. \quad (4)$$

7.1.2 La expresión (4) da la regla general para calcular la probabilidad de que un elemento sea conforme con un requisito especificado, en base a la medición de una de sus propiedades relevantes. Para un intervalo de tolerancia bilateral para el mensurando Y , por ejemplo, con límite inferior T_L y límite superior T_U , $C = [T_L, T_U]$, y la probabilidad de la conformidad es

$$p_c = \int_{T_L}^{T_U} g(\eta | \eta_m) d\eta.$$

7.1.3 Puesto que el elemento o bien es conforme con el requisito, o no lo es, la probabilidad de que no lo sea es

$$\bar{p}_c = 1 - p_c.$$

7.2 Probabilidades de conformidad, con FDP normales

7.2.1 La probabilidad de la conformidad depende del estado del conocimiento de un mensurando Y , expresado y transmitido por la FDP $g(\eta | \eta_m)$. En muchos casos, es razonable caracterizar el conocimiento de Y por una *distribución normal* (véase el apartado 3.1.4) y esta probabilidad puede calcularse. Si la distribución a priori es normal y el sistema de medida (es decir, la función de verosimilitud) se caracteriza por una distribución normal, entonces la distribución $g(\eta | \eta_m)$ también será una distribución normal.

7.2.2 En términos más generales, si la función de verosimilitud se caracteriza por una distribución normal y la información previa es escasa, la FDP a posteriori (tras la medición) será aproximadamente normal. En dicho caso, $g(\eta | \eta_m)$ puede aproximarse adecuadamente por una distribución normal con esperanza matemática (media) y desviación típica dadas por la mejor estimación y y la incertidumbre típica u calculadas como se indica en el apartado 6.3.1.

NOTA 1 Una distribución normal está completamente determinada por su esperanza matemática (media) y su desviación típica.

NOTA 2 En el Anexo A se revisan algunas propiedades de FDP normales.

7.2.3 Debido a su familiaridad y uso extendido, las FDP normales se utilizarán para ilustrar el cálculo de probabilidades de la conformidad en muchos ejemplos de este documento. Dichos cálculos pueden aplicarse también a casos en los que un número reducido de indicaciones da lugar a una distribución- t ajustada a los datos (véase JCGM 101:2008 6.4.9).

7.2.4 Suponiendo que la FDP $g(\eta | \eta_m)$ para el mensurando Y es (o viene aproximada por) una distribución normal especificada por la mejor estimación (esperanza matemática) y y la incertidumbre típica (desviación típica) u , $g(\eta | \eta_m)$ viene dada por

$$g(\eta | \eta_m) = \frac{1}{u\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta - y}{u}\right)^2\right] =: \varphi(\eta; y, u^2). \quad (5)$$

7.2.5 En general, la estimación y depende de η_m , es decir, $y = y(\eta_m)$. Generalmente, cuando hay poco conocimiento sobre Y antes de la medición, $y \approx \eta_m$; véase el apartado A.4.4 para un ejemplo en el que éste no es el caso.

7.2.6 A partir de los pasos que llevan a la expresión (2), la probabilidad de que Y esté comprendida en el intervalo $[a, b]$, dada la FDP (5), es

$$\Pr(a \leq Y \leq b | \eta_m) = \Phi\left(\frac{b - y}{u}\right) - \Phi\left(\frac{a - y}{u}\right), \quad (6)$$

donde $y = y(\eta_m)$ y

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp(-t^2/2) dt$$

es la función de distribución normal típica (véase el Anexo A).

7.3 Intervalos de tolerancia unilaterales con FDP normales

7.3.1 Límite de tolerancia inferior único

La figura 3 muestra un intervalo de tolerancia unilateral con un límite de tolerancia inferior único T_L . Los valores conformes de una propiedad de interés Y están comprendidos en el intervalo $\eta \geq T_L$. El conocimiento de Y tras una medición de inspección se expresa mediante una FDP normal, que se muestra superpuesta al intervalo de tolerancia. La mejor estimación y está comprendida en el intervalo de tolerancia; la región sombreada a la izquierda de T_L muestra la probabilidad de que el elemento no cumpla la especificación. A partir de la expresión (6), con $a = T_L$, $b \rightarrow \infty$, y teniendo en cuenta que $\Phi(\infty) = 1$, la probabilidad de la conformidad es

$$p_c = 1 - \Phi\left(\frac{T_L - y}{u}\right). \tag{7}$$

Puesto que $\Phi(t) + \Phi(-t) = 1$, la probabilidad (7) puede formularse como

$$p_c = \Phi\left(\frac{y - T_L}{u}\right). \tag{8}$$

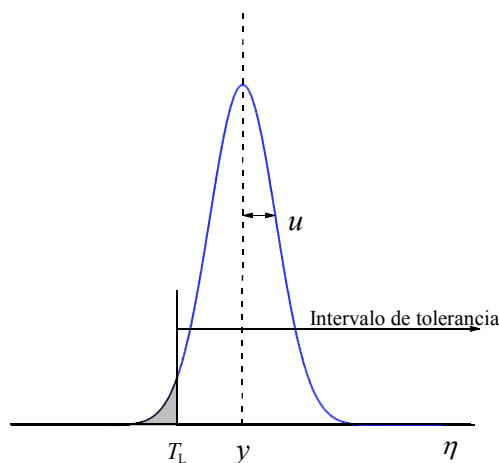


Figura 3 – Intervalo de tolerancia con un límite de tolerancia inferior único T_L . El conocimiento de una magnitud Y (la propiedad de interés mensurable) tras la medición, se caracteriza por una FDP normal con la mejor estimación y e incertidumbre típica asociada u . Los valores conformes de Y están comprendidos en el intervalo $\eta \geq T_L$.

7.3.2 Límite de tolerancia superior único

La figura 4 muestra una FDP normal superpuesta a un intervalo de tolerancia unilateral con un límite de tolerancia superior único T_U . Los valores conformes de la propiedad de interés Y están comprendidos en el intervalo $\eta \leq T_U$. En este caso, la región sombreada a la derecha de

T_U muestra la probabilidad de que el elemento no cumpla la especificación. A partir de la expresión (6), con $a \rightarrow -\infty$, $b = T_U$, y teniendo en cuenta que $\Phi(-\infty) = 0$, la probabilidad de la conformidad es

$$p_c = \Phi\left(\frac{T_U - y}{u}\right). \tag{9}$$

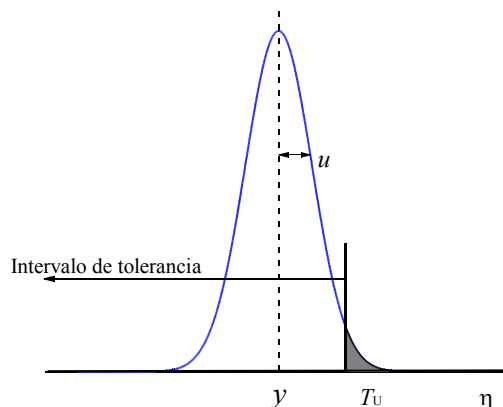


Figura 4 – Como la figura 3, pero con un límite de tolerancia superior único T_U . Los valores conformes de Y están comprendidos en el intervalo $\eta \leq T_U$.

7.3.3 Enfoque general con límites de tolerancia únicos

Las probabilidades (8) y (9) son de la misma forma y pueden formularse como

$$p_c = \Phi(z), \tag{10}$$

donde $z = (y - T_L)/u$ para un límite inferior y $z = (T_U - y)/u$ para un límite superior. En ambos casos, p_c es mayor o igual a 1/2 para una estimación y en el intervalo de tolerancia ($z \geq 0$) e inferior a 1/2 de no ser así. La tabla 1 muestra los valores de z para varios valores de probabilidad de conformidad p_c .

Tabla 1 – Probabilidades de conformidad (p_c) y no conformidad ($\bar{p}_c = 1 - p_c$) para intervalos de tolerancia unilaterales y FDP normales. Para un límite inferior, $z = (y - T_L)/u$; para un límite superior, $z = (T_U - y)/u$. En ambos casos, $z \geq 0$ para una estimación y en el intervalo de tolerancia

p_c	\bar{p}_c	z
0,80	0,20	0,84
0,90	0,10	1,28
0,95	0,05	1,64
0,99	0,01	2,33
0,999	0,001	3,09

EJEMPLO 1 Se mide la tensión de ruptura V_b de un diodo Zener, obteniendo como mejor estimación $v_b = -5,47 \text{ V}$, con incertidumbre típica asociada $u = 0,05 \text{ V}$. La especificación del diodo exige que $V_b = -5,40 \text{ V}$, límite superior de la tensión de ruptura. Entonces $z = [-5,40 - (-5,47)]/0,05 = 1,40$, y de la expresión (10), $p_c = \Phi(1,40) = 0,92$. Existe, por tanto, una probabilidad del 92 % de que el diodo cumpla la especificación.

EJEMPLO 2 Un recipiente de metal se somete a ensayo destructivo utilizando agua presurizada para medir su resistencia al estallido B . La medición da como mejor estimación $b = 509,7$ kPa, con incertidumbre típica asociada $u = 8,6$ kPa. La especificación del recipiente exige que $B \geq 490$ kPa, límite inferior de resistencia al estallido. Entonces $z = (509,7 - 490)/8,6 = 2,3$ y, de la expresión (10), $p_c = \Phi(2,3) = 0,99$. Existe, por tanto, una probabilidad del 99 % de que el recipiente cumpla la especificación, previamente al ensayo destructivo.

7.4 Intervalos de tolerancia bilaterales con FDP normales

La figura 5 muestra un intervalo de tolerancia bilateral con límites de tolerancia T_L y T_U y longitud del intervalo $T = T_U - T_L$ definiendo la tolerancia T . Al igual que antes, se asume que el conocimiento de un mensurado Y se obtiene mediante una FDP normal. La estimación y se encuentra en el intervalo de tolerancia y hay una fracción visible de probabilidad en la región $\eta > T_U$, más allá del límite de tolerancia superior.

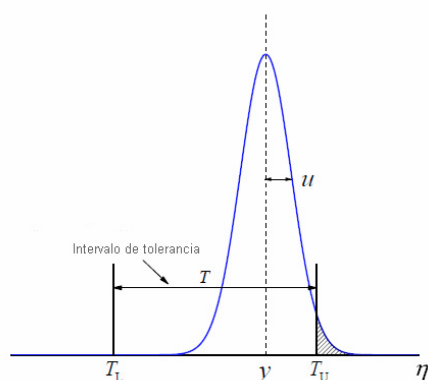


Figura 5 – Igual que la figura 3, pero con un intervalo de tolerancia bilateral. La longitud del intervalo $T_U - T_L$ es igual a la tolerancia T . Los valores conformes de Y están en el intervalo

$$T_L \leq \eta \leq T_U .$$

Al utilizar la expresión (6) con $b = T_U$ y $a = T_L$ se obtiene como probabilidad de la conformidad.

$$p_c = \Phi\left(\frac{T_U - y}{u}\right) - \Phi\left(\frac{T_L - y}{u}\right). \quad (11)$$

EJEMPLO Se requiere que la viscosidad cinemática Y a 100 °C, de una muestra de aceite para motor SAE Grado 40, no sea inferior a 12,5 mm²/s ni superior a 16,3 mm²/s. La viscosidad cinemática de la muestra se mide a 100 °C, obteniéndose como mejor estimación $y = 13,6$ mm²/s, con una incertidumbre típica asociada $u = 1,8$ mm²/s. Aplicando la expresión (11),

$$(T_U - y)/u = (16,3 - 13,6)/1,8 = 1,5, \quad (T_L - y)/u = (12,5 - 13,6)/1,8 = -0,6,$$

de donde

$$p_c = \Phi(1,5) - \Phi(-0,6) = 0,93 - 0,27 = 0,66.$$

Por tanto, la probabilidad de que la muestra de aceite para motor cumpla la especificación es del 66 %.

7.5 Probabilidad de la conformidad e intervalos de cobertura

7.5.1 Un resultado de medida puede expresarse mediante un intervalo de cobertura con una probabilidad de cobertura asociada (véase el apartado 6.3.2), en vez de por una FDP explícita para un mensurando Y . En dicho caso, una declaración sobre la probabilidad de la conformidad puede obtenerse por comparación del intervalo de cobertura con el intervalo de tolerancia. Si un intervalo de cobertura con una probabilidad de cobertura p está totalmente comprendido dentro del intervalo de tolerancia, entonces p_c no puede ser inferior a p . La figura 6 ilustra este hecho, mostrando dos intervalos de cobertura del 95 % cerca de un límite de tolerancia superior.

7.5.2 El intervalo (a) sobrepasa el límite de tolerancia y sin conocer la forma de la FDP para Y , no puede hacerse una declaración definitiva sobre la probabilidad de la conformidad.

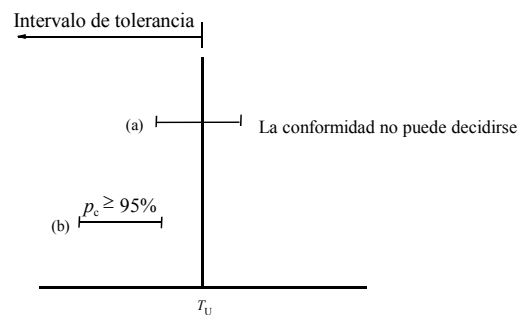


Figura 6 – Dos intervalos de cobertura del 95 % para un mensurando Y cerca de un límite de tolerancia superior T_U . El intervalo (a) sobrepasa el límite de tolerancia y la conformidad no puede decidirse sin conocimiento de la FDP para Y . El intervalo (b) está totalmente comprendido en el intervalo de tolerancia. Para este intervalo $p_c \geq 95\%$.

7.5.3 Todos los valores del intervalo (b) son inferiores al límite de tolerancia y hay valores conformes de Y que no pertenecen a este intervalo, de forma que $p_c \geq 95\%$.

7.5.4 En general, si $[\eta_{\text{inf}}, \eta_{\text{sup}}]$ es un intervalo de cobertura para Y , con probabilidad de cobertura p ,

- para un límite de tolerancia superior único T_U , $p_c \geq p$ si $\eta_{\text{sup}} \leq T_U$;
- para un límite de tolerancia inferior único T_L , $p_c \geq p$ si $\eta_{\text{inf}} \geq T_L$;
- para un intervalo bilateral con límites de tolerancia superior e inferior T_U y T_L , $p_c \geq p$ si $\eta_{\text{inf}} \geq T_L$ y $\eta_{\text{sup}} \leq T_U$.

NOTA 1 La base para decidir sobre la conformidad con las especificaciones, tal como lo describe la Norma ISO 10576-1 [22] es la comparación de un intervalo de cobertura para una propiedad de interés con un intervalo de valores permitidos.

NOTA 2 Siempre que se conozca la FDP de Y , podrá calcularse la probabilidad de la conformidad. La FDP de un mensurando proporciona más información que un intervalo de cobertura con su probabilidad de cobertura asociada.

NOTA 3 Cuando se lleva a cabo una evaluación de la conformidad de un instrumento de medida, especialmente cuando dicha evaluación está regulada por normas específicas, definir el mensurando y, consecuentemente, evaluar la incertidumbre, puede ser algo complicado y requerir especial atención.

7.6 Índice de capacidad de medición, C_m

7.6.1 Considérese el caso en que la información previa es tan escasa que el conocimiento sobre valores posibles de una propiedad medida Y es proporcionado completamente por la medición. En dicho caso, si se asume que la distribución de Y es una FDP normal $g(\eta | \eta_m) = \varphi(\eta; \eta_m, u_m^2)$, entonces $y \approx \eta_m$ y $u \approx u_m$ (véase el apartado A.4.4.3). En los siguientes apartados se asume que éste es el caso, y el resultado de medida vendrá dado por los dos parámetros (η_m, u_m) , esperanza matemática y desviación típica, respectivamente, de una FDP normal.

7.6.2 El *índice de capacidad de medición* (véase el apartado 3.3.17) es un parámetro que caracteriza la calidad de la medición, respecto a un requisito especificado por una tolerancia. Se define por

$$C_m = \frac{T_U - T_L}{4u_m} = \frac{T}{4u_m} = \frac{T}{2U}, \quad (12)$$

donde $U = 2u_m$ es la incertidumbre expandida con un factor de cobertura $k = 2$.

7.6.3 El factor 4 en la expresión (12) es arbitrario; la elección concreta está motivada por el amplio uso del intervalo de cobertura $[\eta_m - 2u_m, \eta_m + 2u_m]$ al comunicar el resultado de medición. En el caso en que $g(\eta | \eta_m)$ sea una FDP normal, la probabilidad de cobertura para dicho intervalo es aproximadamente del 95 %.

7.6.4 Existe una estrecha conexión entre C_m y otros parámetros derivados que se han utilizado para caracterizar la calidad de la medición en varios contextos. Entre ellos, está la relación de calibración, la regla del fabricante, la relación tolerancia/incertidumbre del ensayo (TUR, del inglés Test Uncertainty Ratio) [32] y la relación tolerancia/exactitud del ensayo (TAR, del inglés Test Accuracy Ratio) [1]. Normalmente, dichos parámetros se expresan en forma de relación, como la regla del 10 a 1 o un TUR de 4:1. Debe prestarse atención a estas reglas puesto que a veces se definen de forma ambigua o incompleta. Por otro lado, la definición (12), deja claro que la declaración $C_m \geq 4$ significa que $u_m \leq T/16$.

7.6.5 En la calibración o verificación de un instrumento de medida, un requisito especificado a menudo se expresa en términos de *error máximo permitido (de indicación)* (véase el apartado 3.3.18). Dicho requisito significa que cuando el instrumento se utiliza para medir una magnitud Y , el error de indicación debe estar comprendido en un intervalo definido por límites superior e inferior especificados. En el caso habitual de un intervalo simétrico $[-E_{\max}, E_{\max}]$, la tolerancia es $T = 2E_{\max}$ y el índice de capacidad de medición es

$$C_m = \frac{2E_{\max}}{2U} = \frac{E_{\max}}{U}.$$

En esta expresión, U es la incertidumbre expandida, para un factor de cobertura $k = 2$, asociada a la medición del error de indicación del instrumento.

7.7 Índice de capacidad de medición y probabilidad de la conformidad

7.7.1 Para una FDP normal, la expresión (11) da la probabilidad de la conformidad p_c en función de dos límites de tolerancia determinados (T_L, T_U) y un resultado de medición (y, u) .

Tomando $y = \eta_m$ y $u = u_m$, la expresión puede reescribirse de forma adecuada para un problema general de medición, definiendo la magnitud

$$\tilde{y} = \frac{\eta_m - T_L}{T} \tag{13}$$

Para una estimación η_m dentro del intervalo de tolerancia, \tilde{y} se sitúa en el intervalo $0 \leq \tilde{y} \leq 1$.

7.7.2 Para una FDP $\varphi(\eta; \eta_m, u_m^2)$ normal, posterior a la medición, la expresión (11) puede escribirse, utilizando las expresiones (12) y (13), como

$$p_c = \Phi[4C_m(1 - \tilde{y})] - \Phi(-4C_m\tilde{y}) = p_c(\tilde{y}, C_m), \tag{14}$$

de forma que p_c está completamente determinada por las dos magnitudes \tilde{y} y C_m .

7.7.3 La incertidumbre típica u_m asociada a una estimación η_m tiene a menudo un valor fijo que depende del diseño del sistema de medición, pero que es independiente de η_m . Por ejemplo, podría inspeccionarse un conjunto de muestras de agua, para determinar la concentración de mercurio disuelto en cada una, utilizando un procedimiento de medición que diera distintas estimaciones, cada una con la misma incertidumbre típica asociada u_m . En este caso, el índice de capacidad de medición $C_m = T/4u_m$ es fijo, y la cuestión de si la propiedad medida cumple la especificación, con una probabilidad aceptable, podrá decidirse basándose en la estimación η_m , utilizando las expresiones (13) y (14), con C_m fijo.

NOTA El apartado 13 del Apéndice A trata un caso en que la incertidumbre típica u_m es proporcional a la estimación η_m .

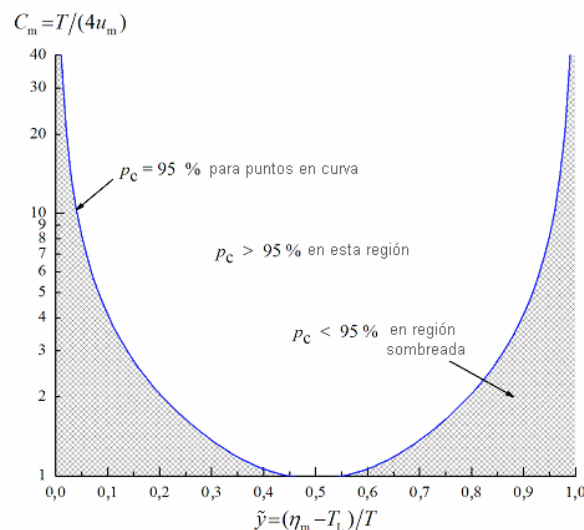


Figura 7 – Índice de capacidad de medición $C_m = T/(4u_m)$ frente a $\tilde{y} = (\eta_m - T_L)/T$, mostrando la zona de probabilidad de conformidad p_c constante, del 95 %. La curva separa las regiones de conformidad y de no conformidad para un nivel de confianza del 95 %. La distribución posterior a la medición para el mensurando Y , es la FDP normal $\varphi(\eta; \eta_m, u_m^2)$.

7.7.4 Existe un número infinito de pares (\tilde{y}, C_m) que dan una probabilidad de conformidad determinada p_c mediante la expresión (14). La figura 7 muestra C_m frente a \tilde{y} a lo largo de una curva de probabilidad de conformidad constante, del 95 %, para las estimaciones η_m , dentro del intervalo de tolerancia $0 \leq \tilde{y} \leq 1$. La curva separa regiones de conformidad (no sombreada) y de no conformidad (sombreada), para un nivel de confianza del 95 %.

7.7.5 El eje horizontal de la figura 7 corresponde a $C_m = 1$, o $u_m = T/4$. Para esta incertidumbre típica relativamente alta, puede verse que $p_c \geq 95$ % sólo para $0,45 \leq \tilde{y} \leq 0,55$. Si se requiriera que la propiedad medida cumpliera la especificación con un nivel de confianza de al menos un 95 %, una estimación aceptable η_m tendría, por tanto, que situarse aproximadamente en la zona del 10 % central del intervalo de tolerancia.

8 Intervalos de aceptación

8.1 Límites de aceptación

8.1.1 La decisión de aceptar un elemento como conforme, o rechazarlo como no conforme con la especificación, se basa en un valor medido η_m de una propiedad del elemento en relación con una regla de decisión determinada que especifica el papel de la incertidumbre de medida al formular los criterios de aceptación. Un *intervalo de aceptación* (véase el apartado 3.3.9), definido por uno o dos *límites de aceptación* (véase el apartado 3.3.8) es un intervalo de valores medidos de una propiedad, del que deriva la aceptación del elemento.

8.1.2 Tal y como se sugiere en la introducción, los límites de aceptación y las reglas de decisión correspondientes se eligen de manera que se puedan gestionar las consecuencias indeseadas de decisiones erróneas. Existen varias reglas de decisión ampliamente utilizadas que son fáciles de implantar. Pueden aplicarse cuando el conocimiento de una propiedad de interés viene expresado en términos de la mejor estimación y su intervalo de cobertura correspondiente. Los apartados siguientes describen dos de estas reglas de decisión.

8.2 Regla de decisión basada en la aceptación simple

8.2.1 La denominada aceptación simple [2] o riesgo compartido [20] es una regla de decisión importante y ampliamente utilizada. Bajo dicha regla, el fabricante y el usuario (consumidor) del resultado de medición acuerdan, implícita o explícitamente, aceptar como conforme (o rechazar, en caso contrario) un elemento cuya propiedad tenga el valor medido en el intervalo de tolerancia. Como la denominación alternativa “riesgo compartido” indica, con una regla de decisión de aceptación simple, que el fabricante y el usuario comparten las consecuencias de las decisiones erróneas.

8.2.2 En la práctica, para mantener la posibilidad de las decisiones erróneas dentro de niveles aceptables, tanto para el fabricante como para el usuario, generalmente se incorpora el requisito de tener que considerar y juzgar la incertidumbre de medida como aceptable para el fin previsto.

8.2.3 Una aproximación a esta consideración consiste en exigir, dada una estimación de la magnitud medida, que la incertidumbre expandida asociada U , para un factor de cobertura $k = 2$, satisfaga $U \leq U_{\max}$, siendo U_{\max} una incertidumbre expandida máxima aceptable, mutuamente acordada. El siguiente ejemplo ilustra este enfoque.

EJEMPLO En metrología legal [40], se ha utilizado una regla de decisión basada en la aceptación simple para la verificación de instrumentos de medida. Considérese un instrumento que debe tener un

error de indicación en el intervalo $[-E_{\max}, E_{\max}]$. El instrumento se acepta como conforme con el requisito especificado si cumple los criterios siguientes:

(a) al medir un patrón calibrado, la mejor estimación e del error de indicación E del instrumento satisface

$$|e| \leq E_{\max}, \text{ y}$$

(b) la incertidumbre expandida para un factor de cobertura $k = 2$ asociada a la estimación e satisface

$$U \leq U_{\max} = E_{\max} / 3 .$$

En términos del índice de capacidad de medición, el criterio (b) es equivalente al requisito de que $C_m \geq 3$ (véase el apartado 7.6).

8.2.4 Otra regla de decisión de aceptación práctica es la derivada del denominado “método de exactitud” descrito en la Guía IEC 115 [19]. En este enfoque se utiliza un método de ensayo bien caracterizado en el que las fuentes de incertidumbre se minimizan mediante (a) el uso de instrumentos de medida con errores máximos permitidos dentro de límites especificados, (b) el mantenimiento de las influencias ambientales, como la temperatura y la humedad relativa, dentro de límites especificados, (c) el control bien documentado de los procedimientos del laboratorio y (d) la competencia bien documentada del personal que ejecuta las mediciones.

8.2.5 Al mantener las fuentes de variabilidad dentro de límites prescritos, se asume que la incertidumbre de medida asociada a la mejor estimación de un mensurando es despreciable, por lo que no se evalúa de forma explícita y no desempeña ningún papel en la decisión de aceptación/rechazo. El enfoque del Procedimiento 2 (“método de exactitud”) de la Guía IEC 115 formaliza la práctica actual de los laboratorios de ensayo electrotécnicos, de utilizar equipos de medida de última generación y métodos rutinarios de ensayo, bien consolidados.

8.2.6 Dependiendo de la amplitud relativa del intervalo de tolerancia y del intervalo de cobertura, una regla de decisión de aceptación simple, o una regla de decisión similar, puede a menudo respaldar los objetivos de calidad de las mediciones y calibraciones llevadas a cabo en apoyo de la evaluación de la conformidad.

8.3 Reglas de decisión basadas en zonas de seguridad

8.3.1 Consideraciones generales

8.3.1.1 Aceptar o rechazar un elemento cuando el valor medido de su propiedad de interés está cerca de un límite de tolerancia puede llevar a una decisión incorrecta con consecuencias indeseadas. En el caso de un límite de tolerancia superior único, dichas decisiones incorrectas suelen ser de dos tipos [ilustrados en la figura 8, resultados (b) y (c)].

8.3.1.2 Con una regla de decisión basada en la aceptación simple y el caso habitual de una FDP unimodal simétrica (como una distribución normal) para el mensurando, la probabilidad de aceptar un elemento no conforme [figura 8, (b)] o de rechazar un elemento conforme [figura 8, (c)], puede ser de hasta el 50 %. Esto sucedería, por ejemplo, si el valor medido de una propiedad estuviera muy cerca del límite de tolerancia. En dicho caso, cerca del 50 % de la FDP para el mensurando estaría a un lado del límite, de forma que al aceptar o rechazar el elemento, habría un 50 % de probabilidad de tomar la decisión errónea.

8.3.1.3 Ambas probabilidades pueden reducirse, a costa de aumentar la otra, eligiendo límites de aceptación desplazados respecto a los límites de tolerancia; una estrategia de decisión de la

conformidad denominada creación de zonas de seguridad, véanse las referencias [6, 7, 8, 9, 12, 17, 44].

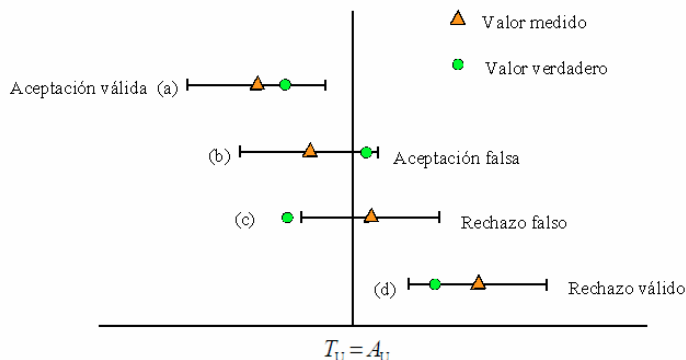


Figura 8 – Regla de decisión de aceptación simple, cerca de un límite de tolerancia superior T_U , con cuatro intervalos de cobertura del 95 %. Para dicha regla de decisión, el límite de aceptación A_U coincide con el límite de tolerancia. Las decisiones de aceptar o rechazar elementos inspeccionados se basan en los valores medidos (triángulos); los valores verdaderos (círculos) no pueden conocerse. Los casos (b) y (c) llevan a decisiones equivocadas, denominadas aceptación errónea y rechazo erróneo, respectivamente (véase el apartado 9.3.2). En el caso (c) el valor verdadero del mensurando se encuentra (sin saberlo) fuera del intervalo de cobertura del 95 %.

8.3.2 Aceptación conservadora

8.3.2.1 El riesgo de aceptar un elemento no conforme puede reducirse estableciendo un límite de aceptación A_U dentro del intervalo de tolerancia, como se muestra en la figura 9. El intervalo definido por T_U y A_U se denomina *zona de seguridad* (véase el apartado 3.3.11), y la regla de decisión resultante se denomina aceptación conservadora.

NOTA La aceptación conservadora también se conoce como aceptación estricta [2] o aceptación por conformidad firme [18].

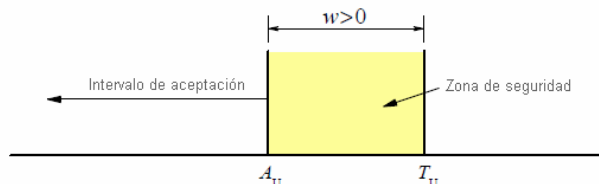


Figura 9 – Regla de decisión basada en la aceptación conservadora. Un límite de aceptación superior A_U dentro de un límite de tolerancia superior T_U define un intervalo de aceptación que reduce la probabilidad de aceptar erróneamente un elemento no conforme (riesgo del consumidor). Convencionalmente, el parámetro de longitud w asociado a una aceptación conservadora mediante una zona de seguridad se considera positivo: $w = T_U - A_U > 0$

8.3.2.2 La diferencia entre el límite de tolerancia y el correspondiente límite de aceptación define el parámetro de longitud w de la zona de seguridad.

$$w = T_U - A_U$$

En una regla de decisión de aceptación conservadora, $w > 0$.

8.3.2.3 En muchas aplicaciones, el parámetro de longitud w se toma como un múltiplo de la incertidumbre expandida para un factor de cobertura $k = 2$, $U = 2u$.

$$w = rU,$$

con el multiplicador r elegido para garantizar una probabilidad de conformidad mínima para un elemento aceptado. Una elección habitual es $r = 1$, en cuyo caso $w = U$.

EJEMPLO La Norma ISO 14253-1 [21] establece por defecto una regla de decisión de aceptación conservadora, para demostrar la conformidad con la especificación. La figura 10 está adaptada de la Norma ISO 14253-1, figura 7. En el caso de un intervalo de tolerancia bilateral, los límites de aceptación superior e inferior se desplazan respecto a los límites de tolerancia correspondientes, mediante zonas de seguridad con un parámetro de longitud $w = U = 2u$.

La finalidad de las zonas de seguridad, con $w = 2u$, es garantizar que para cualquier valor medido que se encuentre dentro del intervalo de aceptación, la probabilidad de aceptar un elemento no conforme es del 2,3 %, como máximo, asumiendo una FDP normal para la magnitud medida. Esta probabilidad máxima se da si el valor medido de la propiedad coincide con un límite de aceptación. Para valores medidos, fuera de los límites de aceptación, la probabilidad de una aceptación errónea será inferior a dicho máximo.

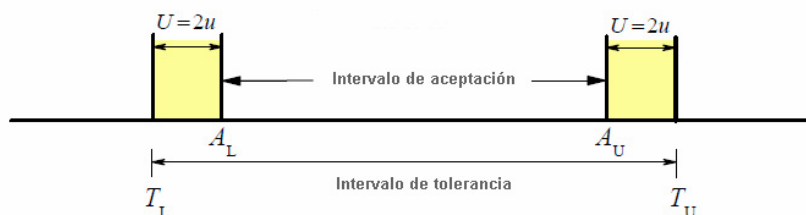


Figura 10 – Intervalo de aceptación bilateral creado al reducir ambos lados del intervalo de tolerancia en la incertidumbre expandida para $k = 2$, $U = 2u$. Esta es la regla de decisión por defecto establecida en la Norma ISO 14253-1 [21].

En la Norma ISO 14253-1, un intervalo de aceptación se denomina zona de conformidad, y un intervalo de tolerancia se denomina zona de especificación. Las etiquetas de la figura 10 muestran las convenciones de este documento.

8.3.3 Rechazo conservador

8.3.3.1 Puede elegirse un límite de aceptación fuera del intervalo de tolerancia, como muestra la figura 11, para aumentar la probabilidad de que un elemento rechazado sea verdaderamente no conforme. Dicha regla de decisión de rechazo conservador se utiliza a menudo cuando se quiere obtener una evidencia clara de que se ha excedido un límite, antes de emprender una acción negativa.

NOTA El rechazo conservador también se conoce como rechazo estricto [2] o rechazo por no conformidad firme [18].

8.3.3.2 Para una zona de seguridad de rechazo conservador, el parámetro de longitud w es $w = T_U - A_U < 0$.

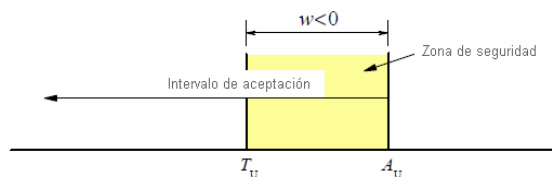


Figura 11 – Regla de decisión basada en el rechazo conservador. Un límite de aceptación superior A_U fuera del límite de tolerancia superior T_U define un intervalo de aceptación que reduce la probabilidad de rechazar erróneamente un elemento conforme (riesgo del fabricante). El parámetro de longitud w asociado a una zona de seguridad de un rechazo conservador es $w = T_U - A_U < 0$.

EJEMPLO 1 Cumplimiento del límite de velocidad

En aplicación de la ley de seguridad vial, la policía mide la velocidad de los vehículos utilizando dispositivos como radares y pistolas láser [42]. La decisión de imponer una multa por exceso de velocidad, que podría potencialmente acabar en los tribunales, debe tomarse con un alto nivel de confianza en que realmente se ha excedido el límite de velocidad.

Con un radar Doppler determinado, puede medirse la velocidad en campo con una incertidumbre típica relativa $u(v)/v$ del 2 %, en el intervalo de 50 km/h a 150 km/h. Se asume que el conocimiento de la velocidad medida v en este intervalo viene caracterizado por una FDP normal con esperanza matemática v y desviación típica de $0,02 v$.

Bajo estas condiciones uno puede preguntarse, ¿para un límite de velocidad $v_0 = 100$ km/h, qué umbral de velocidad v_{\max} (límite de aceptación) debería establecerse para que, para una velocidad medida $v \geq v_{\max}$, la probabilidad de que $v \geq v_0$ sea al menos del 99,9 %?

Este problema matemático es equivalente al cálculo de la probabilidad de la conformidad para un intervalo de tolerancia unilateral (véase el apartado 7.3). Aquí, se necesita un valor de $z = (v_{\max} - v_0)/(0,02 v_{\max})$ para que el 99,9 % de la probabilidad esté dentro de la región $V \geq v_0$. En la tabla 1 de la página 15 se aprecia que $z = 3,09$, de forma que

$$v_{\max} = \frac{v_0}{1 - 0,02z} = \frac{100}{1 - 0,02 \times 3,09} \text{ km/h} \approx 107 \text{ km/h}.$$

El intervalo $[100 \text{ km/h} \leq v \leq 107 \text{ km/h}]$ es una zona de seguridad que garantiza una probabilidad de al menos un 99,9 % de que el límite de velocidad se haya excedido para una velocidad medida de 107 km/h o superior.

EJEMPLO 2 Medicamentos en animales vivos y en productos para animales

El esteroide anabolizante nandrolona es un activador prohibido del crecimiento en animales destinados al consumo humano. Algunos animales vivos generan esta sustancia de forma natural y consecuentemente, se ha establecido un límite umbral (tolerancia) T igual a 2,00 µg/L.

En un ensayo de detección de nandrolona, una concentración medida que sobrepase el valor del umbral con una probabilidad del 95 % o mayor, se considera sospechosa, y debe seguirse un procedimiento de confirmación.

Al realizar un ensayo de detección, un laboratorio desea establecer un límite A de decisión (aceptación), expresado como

$$A = T + g,$$

donde $g = |w|$ es una zona de seguridad (véase la figura 11), de forma que para un valor de concentración medido $y \geq A$, la probabilidad de que $Y \geq T$ sea al menos del 95 %.

El laboratorio valida su procedimiento de medida enriqueciendo diez muestras en blanco a un nivel de concentración cercano al umbral. Las muestras se miden bajo condiciones de reproducibilidad interlaboratorio, observándose una desviación típica de reproducibilidad s (ISO 3534-2, 3.3.12) de $0,20 \mu\text{g/L}$.

A partir del experimento de enriquecimiento, el laboratorio llega a la conclusión de que sus mediciones no tienen errores sistemáticos importantes. En la incertidumbre de medida predominan los efectos de reproducibilidad y la FDP para la concentración de nandrolona Y se considera una distribución- t ajustada a los datos (véase JCGM 101:2008 6.4.9) con $\nu = 9$ grados de libertad.

La zona de seguridad se calcula a partir de una tabla o del software apropiado para la distribución- t (unilateral, $\nu = 9$ grados de libertad, probabilidad del 95 %), como

$$g = t_{0,95;9} \times s = 1,83 \times 0,20 \mu\text{g/L} = 0,37 \mu\text{g/L}.$$

Por tanto, una muestra con valor medido y de concentración de nandrolona mayor o igual a

$$A = (2,00 + 0,37) \mu\text{g/L} = 2,37 \mu\text{g}.$$

se considera sospechosa.

9 Riesgos del consumidor y del fabricante

9.1 Aspectos generales

9.1.1 Al aplicar una regla de decisión binaria en evaluación de la conformidad, se mide una propiedad de un elemento y éste se acepta como conforme si el valor medido de la propiedad está dentro de un intervalo de aceptación definido. Un valor medido, fuera del intervalo de aceptación, conduce al rechazo del elemento, por no conforme. La figura 12, que reproduce la figura 1 de la página viii, ilustra los intervalos de interés, mostrando un intervalo de tolerancia (de valores conformes) y un intervalo de aceptación (de valores medidos permitidos).

9.1.2 El uso de zonas de seguridad es una forma de limitar la probabilidad de tomar una decisión de conformidad errónea, basándose en la información de medida, representada por un intervalo de cobertura. El presente apartado hace referencia a una evaluación más precisa de dichas probabilidades en un proceso productivo. Las probabilidades evaluadas dependen de dos factores, del proceso productivo y del sistema de medida.

9.1.3 Si el sistema de medida fuera completamente exacto, todas las decisiones de conformidad serían correctas y todos los riesgos serían nulos. Un aumento de la incertidumbre de medida supone un aumento en la probabilidad de tomar una decisión incorrecta y la probabilidad es máxima cuando los valores medidos se acercan a los límites de tolerancia.

9.1.4 Los riesgos también dependen de la naturaleza del proceso productivo. Si el proceso rara vez produce un elemento cuya propiedad de interés se acerca a los límites de tolerancia, existe menos probabilidad de que se tomen decisiones erróneas. En cambio, si un proceso produce elementos con propiedades susceptibles de estar cerca de los límites de tolerancia, entran en juego las incertidumbres asociadas a las mediciones. El resto de este apartado muestra cómo pueden evaluarse las contribuciones de ambos factores.

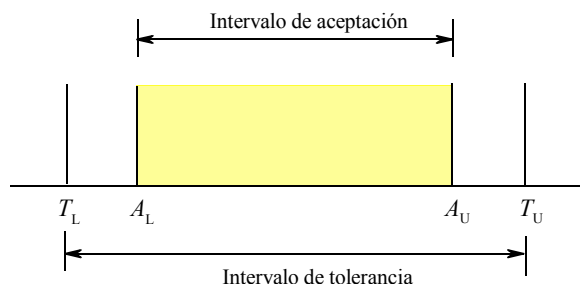


Figura 12 – Evaluación de la conformidad binaria, donde las decisiones se basan en valores medidos de la magnitud. El valor verdadero de la propiedad mensurable (el mensurando) de un elemento debe estar comprendido en un intervalo de tolerancia definido por los límites (T_L, T_U). El elemento se acepta como conforme si el valor medido de la propiedad está comprendido en el intervalo de aceptación definido por los límites (A_L, A_U) y, en caso contrario, se rechaza como no conforme.

9.2 Funciones de densidad de probabilidad, FDP, para el proceso productivo y el sistema de medida

9.2.1 Considérese un proceso que produce una secuencia de elementos, cada uno con una propiedad mensurable Y con valores posibles η . El proceso podría ser una máquina que produce resistencias de valor nominal 10 k Ω o un proceso de muestreo que produjera viales de agua oceánica con mercurio disuelto. Para un elemento elegido de forma aleatoria en el proceso, el conocimiento de la propiedad Y , antes de ser medida, se expresa mediante una FDP $g_0(\eta)$ previa. Se puede decir que la FDP $g_0(\eta)$ caracteriza el proceso productivo, denominándose a veces densidad de probabilidad del proceso. El tipo de $g_0(\eta)$ se asigna generalmente en función del conocimiento adquirido al medir la propiedad de interés en una muestra de elementos producidos.

NOTA En el Anexo B se trata la asignación de una FDP previa basada en una muestra medida de elementos.

9.2.2 La evaluación de la conformidad de un elemento producido se realiza mediante una medición de la propiedad de interés. Asumiendo un valor de entrada conocido $Y = \eta$, el resultado del sistema de medida es una magnitud Y_m , considerada como variable aleatoria observable, cuyos valores posibles η_m , son expresados y transmitidos por una FDP $h(\eta_m | \eta)$. Generalmente, el tipo de $h(\eta_m | \eta)$ se asigna en función del diseño del sistema de medida, la información proporcionada por las calibraciones y el conocimiento de las magnitudes de influencia relevantes, tales como parámetros ambientales y propiedades de los materiales.

9.3 Posibles resultados de una medición de inspección con una regla de decisión binaria

9.3.1 Sean \mathcal{C} y $\tilde{\mathcal{C}}$, respectivamente, los intervalos de valores conformes y no conformes de Y , y sean \mathcal{A} y $\tilde{\mathcal{A}}$, respectivamente, los intervalos de valores aceptables y no aceptables de Y_m . En la figura 12, por ejemplo, \mathcal{C} corresponde a los valores de Y en el intervalo $T_L \leq Y \leq T_U$, y \mathcal{A} corresponde a los valores de Y_m en el intervalo $A_L \leq Y_m \leq A_U$.

9.3.2 Con una regla de decisión binaria, en un ensayo de evaluación de la conformidad que proporciona un valor medido de la magnitud η_m , hay cuatro resultados posibles:

Aceptación válida: el elemento se acepta ($Y_m = \eta_m \in \mathcal{A}$) y es conforme con la especificación ($Y \in \mathcal{C}$). Éste es un resultado deseado en un ensayo de evaluación de la conformidad y conduce a la aceptación de un elemento conforme.

Aceptación errónea: el elemento se acepta ($Y_m = \eta_m \in \mathcal{A}$) pero no es conforme con la especificación ($Y \in \tilde{\mathcal{C}}$). Ésta es una decisión errónea cuya probabilidad se denomina riesgo del consumidor, porque el coste asociado a dicho error a menudo lo asume el consumidor o usuario, al aceptar el elemento como válido para su finalidad y actuar en consecuencia.

NOTA La aceptación errónea también se conoce como error de aceptación o falso positivo.

Para un determinado elemento medido, aceptado como conforme, con un valor medido dado $Y_m = \eta_m \in \mathcal{A}$, la probabilidad de aceptación errónea se denomina *riesgo específico del consumidor* (véase el apartado 3.3.13) [38], y se representa por R_C^* . A partir de la definición (4) de probabilidad de la conformidad, se puede apreciar que R_C^* viene dado por

$$R_C^* = 1 - p_c,$$

para un valor medido η_m en el intervalo de aceptación. Para un elemento elegido de forma aleatoria en el proceso de producción, la probabilidad de que sea erróneamente aceptado tras efectuar una medición, se denomina *riesgo global del consumidor* (véase el apartado 3.3.15) [38], y se representa por R_C . El apartado 9.5 explica el cálculo de R_C .

Rechazo válido: el elemento se rechaza ($Y_m = \eta_m \in \tilde{\mathcal{A}}$) y no es conforme con la especificación ($Y \in \tilde{\mathcal{C}}$). Éste es un resultado deseado en el ensayo de evaluación de la conformidad, y conduce al rechazo de un elemento no conforme.

Rechazo erróneo: el elemento se rechaza ($Y_m = \eta_m \in \tilde{\mathcal{A}}$) pero en realidad es conforme con la especificación ($Y \in \mathcal{C}$). Ésta es otra decisión errónea cuya probabilidad se denomina riesgo del fabricante, porque a menudo es el fabricante quien asume el coste asociado a dicho error, ya que no puede vender un elemento que no haya superado el ensayo de conformidad.

NOTA El rechazo erróneo también se conoce como error de rechazo o falso negativo.

Para un determinado elemento medido, rechazado como no conforme, dado un valor medido $Y_m = \eta_m \in \tilde{\mathcal{A}}$, la probabilidad de rechazo erróneo se denomina *riesgo específico del fabricante* (véase el apartado 3.3.14) [38], y se representa por R_P^* . A partir de la definición (4) de probabilidad de la conformidad se puede apreciar que R_P^* viene dado por

$$R_P^* = p_c,$$

para un valor medido η_m fuera del intervalo de aceptación. Para un elemento elegido de forma aleatoria en el proceso de producción, la probabilidad de que sea

erróneamente rechazado tras efectuar una medición, se denomina *riesgo global del fabricante* (véase el apartado 3.3.16) [38], y se representa por R_p . El apartado 9.5 explica el cálculo de R_p .

9.4 La FDP conjunta para Y e Y_m

9.4.1 Tal y como se ha visto en el apartado 9.3.2, el riesgo específico del consumidor y el riesgo específico del fabricante, R_C^* y R_P^* , están relacionados sencillamente con la probabilidad de la conformidad para un determinado elemento medido, dado el resultado de medición. Si el valor de la propiedad Y se encuentra fuera del intervalo de tolerancia y el valor medido Y_m se encuentra dentro del intervalo de aceptación, existirá un riesgo para el consumidor. La probabilidad de que se den ambos sucesos, es decir, que exista riesgo global del consumidor, viene dada por una distribución de probabilidad conjunta que depende del proceso productivo y del sistema de medida.

9.4.2 La densidad de probabilidad conjunta puede expresarse como el producto de densidades ya conocidas. En otras palabras, la probabilidad de que el valor del mensurando Y esté fuera del intervalo de tolerancia, y de que el valor medido Y_m esté dentro del intervalo de aceptación, viene dada por la probabilidad de que el proceso productivo produzca un elemento con un valor verdadero de Y fuera del intervalo de tolerancia, multiplicada por la probabilidad de que el sistema de medida produzca un valor medido Y_m dentro del intervalo de aceptación, teniendo en cuenta que el mensurando Y está fuera del intervalo de tolerancia.

9.4.3 Asimismo, el riesgo global del fabricante se define en términos de la misma distribución de probabilidad conjunta. Si el intervalo de tolerancia, el proceso productivo y el sistema de medida se mantienen fijos, el riesgo global del consumidor y el riesgo global de fabricante vienen determinados por los límites de aceptación. Por tanto, los límites de aceptación pueden establecerse de forma que se consiga un equilibrio aceptable entre los dos tipos de riesgo. En general, no se pueden fijar los límites de aceptación para minimizar simultáneamente el riesgo del consumidor y el riesgo del fabricante, ya que al reducir uno, el otro aumenta.

9.4.4 En la literatura sobre control de calidad y evaluación de la conformidad, generalmente se utilizan los términos “riesgo del consumidor” y “riesgo del fabricante” en el sentido de riesgos globales, tal como se ha descrito anteriormente.

9.4.5 Para un proceso de producción y un sistema de medida determinados, el conocimiento de los posibles resultados de un ensayo de evaluación de la conformidad sobre un elemento elegido de forma aleatoria viene descrito por una función de densidad de probabilidad conjunta. Para dicho elemento elegido de forma aleatoria, la probabilidad de que (a) el valor del mensurando Y esté comprendido en el intervalo $\eta \leq Y \leq \eta + d\eta$ y (b) una medición de Y proporcione un valor medido Y_m en el intervalo $\eta_m \leq Y_m \leq \eta_m + d\eta_m$, viene dada por

$$\Pr(\eta \leq Y \leq \eta + d\eta \quad \text{y} \quad \eta_m \leq Y_m \leq \eta_m + d\eta_m) = f(\eta, \eta_m) d\eta d\eta_m, \quad (15)$$

donde $f(\eta, \eta_m)$ es la FDP conjunta para Y e Y_m .

9.4.6 La función de densidad conjunta $f(\eta, \eta_m)$ puede factorizarse de dos maneras, utilizando la regla del producto (o multiplicación) de la teoría de probabilidad, según

$$f(\eta, \eta_m) = g_0(\eta) h(\eta_m | \eta) \quad (16a)$$

o

$$f(\eta, \eta_m) = h_0(\eta_m)g(\eta | \eta_m). \quad (16b)$$

9.4.7 Las dos FDP a la derecha de la expresión (16a) son las dos densidades de probabilidad descritas en el apartado 9.2. Si se desea, se pueden calcular las dos densidades de probabilidad a la derecha de la expresión (16b), a partir de las expresiones de estas FDP. El Anexo A ilustra dicho cálculo (véanse los apartados A.4.3 y A.4.4).

9.5 Cálculo de riesgos globales

9.5.1 Contexto histórico

9.5.1.1 En los siguientes subapartados, se desarrollan fórmulas para calcular los riesgos globales de decisiones incorrectas. Dichos cálculos se han efectuado tradicionalmente empleando distribuciones de frecuencia medida de los distintos resultados obtenidos al medir una amplia muestra de elementos nominalmente idénticos. En este enfoque, el riesgo global del consumidor es igual a la fracción de elementos de la muestra medida que se aceptan para su uso pero que no cumplen un requisito especificado. Dicha no conformidad, para un elemento determinado, debe confirmarse posteriormente mediante una medición individualizada, con una incertidumbre mucho más pequeña que la del sistema de medida utilizado en la evaluación de la conformidad.

9.5.1.2 Los siguientes riesgos globales se calculan utilizando distribuciones de probabilidad en vez de distribuciones de frecuencia, de forma que no es necesario considerar un conjunto de elementos medidos que, de hecho, podrían no existir. De media, las probabilidades calculadas siempre coincidirán numéricamente con las frecuencias medidas. Por lo tanto, los límites de aceptación en la evaluación de la conformidad de los elementos de una muestra, pueden elegirse de forma que proporcionen, de media, fracciones aceptables de elementos erróneamente aceptados o rechazados.

9.5.2 Formulación general

9.5.2.1 A partir de la FDP conjunta (16a) y las dos densidades de probabilidad $g_0(\eta)$ y $h(\eta_m | \eta)$, pueden calcularse las probabilidades de cada uno de los cuatro resultados posibles descritos anteriormente (véase el apartado 9.3), Estas probabilidades son simplemente los respectivos volúmenes bajo la curva de densidad de probabilidad conjunta $f(\eta, \eta_m)$, integrados en las cuatro regiones que describen los posibles resultados.

9.5.2.2 Son de especial interés el riesgo global del consumidor y el riesgo global del fabricante, calculados a continuación:

- Para un valor medido en el intervalo de aceptación y un valor de Y fuera del intervalo de tolerancia, el riesgo global del consumidor es

$$R_C = \int_{\tilde{c}} \int_{\tilde{A}} g_0(\eta)h(\eta_m | \eta) d\eta_m d\eta. \quad (17)$$

- Para un valor medido fuera del intervalo de aceptación y un valor de Y dentro del intervalo de tolerancia, el riesgo global del fabricante es

$$R_P = \int_{\tilde{c}} \int_{\tilde{A}} g_0(\eta)h(\eta_m | \eta) d\eta_m d\eta. \quad (18)$$

9.5.2.3 Las expresiones (17) y (18) son fórmulas generales para el cálculo de los riesgos globales del consumidor y del fabricante. Dependiendo de la expresión particular de las FDP

$g_0(\eta)$ y $h(\eta_m|\eta)$, la evaluación explícita de R_C y R_P puede tener que realizarse numéricamente.

9.5.3 Caso especial: regla de decisión binaria

9.5.3.1 Para la evaluación de la conformidad binaria ilustrada en la figura 12, las fórmulas (17) y (18) se convierten en

$$R_C = \left(\int_{-\infty}^{T_L} + \int_{T_U}^{\infty} \right) \int_{A_L}^{A_U} g_0(\eta) h(\eta_m|\eta) d\eta_m d\eta, \quad (19)$$

y

$$R_P = \left(\int_{-\infty}^{A_L} + \int_{A_U}^{\infty} \right) \int_{T_L}^{T_U} g_0(\eta) h(\eta_m|\eta) d\eta d\eta_m. \quad (20)$$

9.5.3.2 El ejemplo siguiente ilustra el uso de las expresiones (19) y (20), en el caso en que la FDP conjunta (15) sea un producto de distribuciones normales. El Anexo A explica las propiedades de las distribuciones normales, incluyendo los tipos particulares de las expresiones (19) y (20).

EJEMPLO Fabricación de resistencias de precisión

Un suministrador de componentes eléctricos produce resistencias de precisión, de hilo bobinado, de valor nominal 1 500 Ω . Para cada resistencia (elemento), se especifica que la resistencia Y (propiedad de interés) debe estar comprendida en el intervalo de tolerancia definido por los límites $T_L = 1\,499,8 \Omega$ y $T_U = 1\,500,2 \Omega$.

La máquina que produce dichas resistencias se evalúa midiendo una muestra de los elementos producidos, utilizando un ohmímetro de alta exactitud con una incertidumbre de medida despreciable. El histograma de los valores medidos tiene forma normal, centrado en el valor nominal, con una desviación típica $\sigma = 0,12 \Omega$. Basándose en esta información, se asigna una FDP $g_0(\eta) = \varphi(\eta; y_0, u_0^2)$ para modelar el proceso de producción, con $y_0 = 1\,500 \Omega$ y $u_0 = \sigma = 0,12 \Omega$.

Para una resistencia típica, producida por esta máquina, la probabilidad de la conformidad es

$$p_c = \int_{T_L}^{T_U} g_0(\eta) d\eta = \int_{1\,499,8}^{1\,500,2} \varphi(\eta; 1\,500, 0,12^2) d\eta \approx 0,90 = 90 \% \quad (21)$$

Si el suministrador simplemente comercializara cada resistencia fabricada, en torno al 10 % de ellas no serían conformes, algo que por motivos económicos se considera inaceptable. La variabilidad del proceso podría reducirse comprando una máquina de producción más costosa. En este caso, teniendo en cuenta los costes relativos, se decide mantener la máquina existente e implantar un proceso de inspección para detectar y eliminar las resistencias no conformes.

En el proceso de producción, se inspecciona si las resistencias son conformes con la especificación utilizando un ohmímetro de alta velocidad calibrado. Se asigna una FDP $h(\eta_m|\eta) = \varphi(\eta_m; \eta, u_m^2)$ normal, con $u_m = 0,04 \Omega$, para expresar y transmitir confianza en el intervalo de valores medidos que podrían observarse al medir la resistencia conocida $Y = \eta$. Esta asignación se basa en un modelo del sistema de medida y en una evaluación de la incertidumbre de medida, incluyendo la incertidumbre asociada a la calibración del ohmímetro.

Para reducir la probabilidad de comercializar resistencias que no cumplan la especificación (riesgo del consumidor), se eligen los límites de aceptación $A_L = 1\,499,82 \Omega$ y $A_U = 1\,500,18 \Omega$, dentro del intervalo

de tolerancia (véase la figura 12, página 28), creando un intervalo de aceptación conservador, con zonas de seguridad simétricas, de longitud

$$w = (1\,500,2 - 1\,500,18)\Omega = 0,02\Omega = 0,25U .$$

A continuación se calculan los riesgos del consumidor y del fabricante, a partir de las expresiones (A.15) - (A.17) con

$$\varphi_0(z) = (1/\sqrt{2\pi})\exp(-z^2/2)$$

y

$$F(z) = \Phi\left(\frac{A_U - y_0 - u_0z}{u_m}\right) - \Phi\left(\frac{A_L - y_0 - u_0z}{u_m}\right) = \Phi(4,5 - 3z) - \Phi(-4,5 - 3z).$$

La integración numérica proporciona

$$R_C = \int_{-\infty}^{-1,667} F(z)\varphi_0(z)dz + \int_{1,667}^{\infty} F(z)\varphi_0(z)dz = 0,01 = 1\% ,$$

y

$$R_P = \int_{-1,667}^{1,667} [1 - F(z)]\varphi_0(z)dz = 0,07 = 7\% .$$

Considerando una muestra media de 100 resistencias producidas por la máquina, medidas y aceptadas o rechazadas para su uso, pueden observarse características interesantes de este procedimiento de evaluación de la conformidad:

- dadas las propiedades del proceso productivo, 90 de las resistencias son conformes con la especificación y 10 no lo son (véase la expresión [21]);
- de las 90 resistencias conformes, 83 son aceptadas y 7 erróneamente rechazadas como no conformes;
- de las 10 resistencias no conformes, 9 son rechazadas y una es erróneamente aceptada como conforme;
- 84 de las resistencias son aceptadas, de éstas, $83/84 \approx 99\%$ son conformes, con cerca del 1% fuera de tolerancia. Este es el objetivo de la medición de inspección, reducir la proporción de resistencias no conformes, entre aquellas aceptadas para su uso, del 10% al 1%.
- de las 16 resistencias rechazadas, $7/16 \approx 44\%$ cumplen realmente la especificación. Éste es el precio a pagar por reducir el riesgo de aceptar productos no conformes.

9.5.4 Establecimiento de los límites de aceptación

9.5.4.1 En el ejemplo anterior, los riesgos globales R_C y R_P se han calculado a partir de unos límites de aceptación A_L y A_U conocidos. En la mayoría de las aplicaciones reales, se elige un nivel deseado de riesgo basado en un análisis del coste, y los límites de aceptación se calculan para garantizar que se consigue el nivel de riesgo deseado. Estos cálculos no son sencillos. Se puede realizar una aproximación práctica a dichos problemas a través de una solución gráfica, tal y como se ilustra en el ejemplo siguiente.

EJEMPLO Fabricación de rodamientos de bolas

Un fabricante produce grandes cantidades de rodamientos de bolas, de precisión. La especificación de funcionamiento de estos rodamientos (elementos) exige que la variación de error radial (propiedad de interés) en cada uno de ellos sea inferior a $2 \mu\text{m}$. La variación de error radial de un rodamiento causa un movimiento no deseado, perpendicular al eje de rotación. Para un rodamiento perfecto, la variación de error radial sería cero. Cualquier rodamiento real tendrá una variación de error radial positiva.

Para caracterizar el proceso de producción, se miden las variaciones del error radial en una gran muestra de rodamientos, utilizando un dispositivo de ensayo de alta exactitud con una incertidumbre de medida despreciable. En esta muestra, la variación observada del error radial medio es $\bar{y} = 1 \mu\text{m}$, con una desviación típica muestral asociada $s = 0,5 \mu\text{m}$.

Antes de su comercialización, se evalúa si los rodamientos cumplen las especificaciones. En estos ensayos, la variación del error radial se mide utilizando un instrumento de ensayo calibrado. El sistema de medida se caracteriza por una FDP normal $\varphi(\eta_m; \eta, u_m^2)$, con una incertidumbre típica $u_m = 0,25 \mu\text{m}$.

Por motivos económicos, la fracción de rodamientos no conformes vendidos como conformes a los clientes (el riesgo global del consumidor) debe ser del 0,1 % o menos. ¿Cómo puede elegirse un límite de aceptación A para cumplir este requisito?

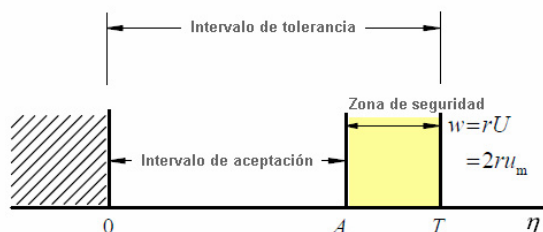


Figura 13 – Intervalos de tolerancia y de aceptación para la evaluación de la conformidad de rodamientos de bolas. Los valores permitidos de variación Y del error radial están comprendidos en el intervalo $0 \leq \eta \leq T$. El límite de aceptación A se separa del límite de tolerancia T por una zona de seguridad con parámetro de longitud $w = rU = 2ru_m$. La regla de decisión en este caso es una aceptación conservadora, con $w > 0$.

La figura 13 ilustra el problema de la evaluación de la conformidad. Se especifica que la variación Y del error radial de un rodamiento de bolas conforme debe estar comprendida en el intervalo $0 \leq \eta \leq T$. Puesto que la variación del error radial siempre es positiva, con valores medidos cercanos a cero, la FDP previa para el error radial Y se modelará mediante una densidad de probabilidad de tipo gamma (véase el Anexo B, apartado B.3). Basándose en las mediciones de la muestra, la esperanza matemática y la incertidumbre típica de la FDP previa, quedan establecidas como $y_0 = \bar{y} = 1 \mu\text{m}$ y $u_0 = s = 0,5 \mu\text{m}$. Los parámetros α y λ se calculan utilizando la expresión (B.14):

$$\alpha = \frac{1^2}{(0,5)^2} = 4, \quad \lambda = \frac{1}{(0,5)^2} = 4.$$

A partir de la definición (B.11) de densidad de probabilidad de tipo gamma, la FDP previa para el error radial Y del rodamiento es

$$g_0(\eta) = \text{gamma}(\eta; 4,4) = \frac{128}{3} \eta^3 e^{-4\eta}, \quad \eta \geq 0. \tag{22}$$

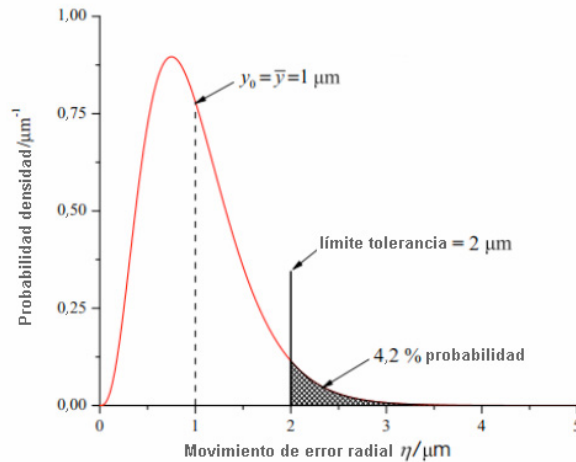


Figura 14 – FDP previa de tipo gamma, dada por la expresión (22), asignada en función de la distribución de frecuencia de las variaciones del error radial medidas en una muestra de rodamientos de bolas. El intervalo de tolerancia es la región $0 \leq \eta \leq 2 \mu\text{m}$. La esperanza matemática de la distribución es la estimación previa $y_0 = 1 \mu\text{m}$, con una incertidumbre típica asociada $u_0 = 0,5 \mu\text{m}$. Puesto que la distribución no es simétrica, el valor más probable de Y (la moda de la distribución, aquí igual a $0,75 \mu\text{m}$) no es igual a y_0 .

La figura 14 muestra esta FDP. La región rayada indica la probabilidad de que un rodamiento elegido de forma aleatoria en el proceso de producción muestre un movimiento de error radial superior a $2 \mu\text{m}$. Esta probabilidad de no conformidad es

$$\bar{p}_c = \int_2^{\infty} \text{gamma}(\eta; 4, 4) d\eta = 0,042,$$

lo que significa que si todos los rodamientos de bolas fabricados se comercializaran sin ser medidos, cerca del 4,2 % de ellos serían no conformes. El sistema de medida posterior al proceso de fabricación está diseñado para detectar los rodamientos no conformes, evitando así su comercialización. Se desea un límite de aceptación que reduzca el riesgo del consumidor R_C al 0,1 % o menos. Para la regla de decisión de evaluación de la conformidad mostrada en la figura 13, el intervalo de tolerancia corresponde a $0 \leq Y \leq T$ y el intervalo de aceptación a $0 \leq Y_m \leq A$. De forma análoga a los pasos que llevan a las expresiones (19) y (20), los riesgos globales del consumidor y del fabricante se evalúan como

$$R_C = \int_T^{\infty} \int_0^A g_0(\eta) h(\eta_m | \eta) d\eta_m d\eta, \quad R_P = \int_0^T \int_A^{\infty} g_0(\eta) h(\eta_m | \eta) d\eta_m d\eta.$$

Para un sistema de medida caracterizado por una FDP normal $h(\eta_m | \eta) = \varphi(\eta_m; \eta, u_m^2)$, haciendo las sustituciones $z = (\eta_m - \eta) / u_m$, $dz = d\eta_m / u_m$, y realizando las integraciones sobre z , estas expresiones se convierten en

$$R_C = \int_T^{\infty} \left[\Phi\left(\frac{A - \eta}{u_m}\right) - \Phi\left(-\frac{\eta}{u_m}\right) \right] g_0(\eta) d\eta, \quad R_P = \int_0^T \left[1 - \Phi\left(\frac{A - \eta}{u_m}\right) \right] g_0(\eta) d\eta.$$

En la figura 13 puede observarse que $A = T - 2ru_m$. Aquí, $T = 2 \mu\text{m}$ y $u_m = 0,25 \mu\text{m}$. Al fijar $g_0(\eta)$ como igual a la FDP de tipo gamma de la expresión (22) obtenemos los resultados explícitos

$$R_C(r) = \frac{128}{3} \int_2^\infty [\Phi(8 - 2r - 4\eta) - \Phi(-4\eta)] \eta^3 e^{-4\eta} d\eta, \quad (23)$$

$$R_P(r) = \frac{128}{3} \int_0^2 [1 - \Phi(8 - 2r - 4\eta)] \eta^3 e^{-4\eta} d\eta \quad (24)$$

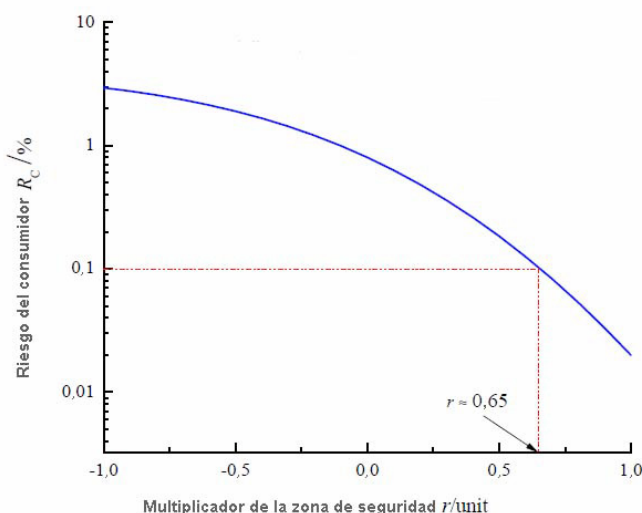


Figura 15 – Riesgo global del consumidor R_C frente al multiplicador de zona de seguridad r .
Para $r \approx 0,65$, el límite de aceptación es $A = T - 2(0,65)u_m = 1,7 \mu\text{m}$, consiguiéndose el riesgo deseado $R_C = 0,1\%$.

Estas integrales no pueden evaluarse de forma cerrada, pero puede calcularse de forma numérica para cualquier valor elegido del multiplicador r de la zona de seguridad.

La figura 15 muestra el riesgo global del consumidor R_C para $-1 \leq r \leq 1$. r positivo corresponde a $A < T$ (aceptación conservadora) y r negativo corresponde a $A > T$. Para $r = 0$ no hay zona de seguridad ($A = T$), una regla de decisión denominada riesgo compartido o aceptación simple (véase el apartado 8.2). La figura muestra que el nivel de riesgo deseado $R_C = 0,1\%$ se consigue para un multiplicador de zona de seguridad $r \approx 0,65$. Esto da lugar a un intervalo de aceptación conservador, con límite de aceptación

$$A = T - 2ru_m = (2 - 2 \times 0,65 \times 0,25) \mu\text{m} \approx 1,7 \mu\text{m}.$$

Esta elección del límite de aceptación resuelve el problema de decisión.

En la evaluación de la conformidad con una regla de decisión binaria, intentar reducir el riesgo del consumidor siempre aumentará el riesgo del fabricante. La figura 16 ilustra bien esta regla general, al mostrar R_P frente a R_C , calculado de forma numérica a partir de las fórmulas (23) y (24), para el ejemplo del rodamiento de bolas. Para $r = 0,65$, el riesgo global del fabricante R_P está en torno al 7,5%. Esto significa que aproximadamente 75 de cada 1000 rodamientos de bolas que no superan la inspección, en realidad sí serían conformes con la especificación, lo que conllevaría la pérdida de los ingresos que se generarían si se vendieran estos rodamientos.

El desechar un número cada vez mayor de elementos conformes, es un coste de la aceptación conservadora, que busca reducir la aceptación y comercialización de productos no conformes. En la

práctica, el suministrador debe elegir un punto de funcionamiento de la curva mostrada en la figura 16, que equilibre los riesgos y dé un resultado óptimo. La elección de dicho punto es una decisión comercial o política que requiere un análisis económico del problema de decisión.

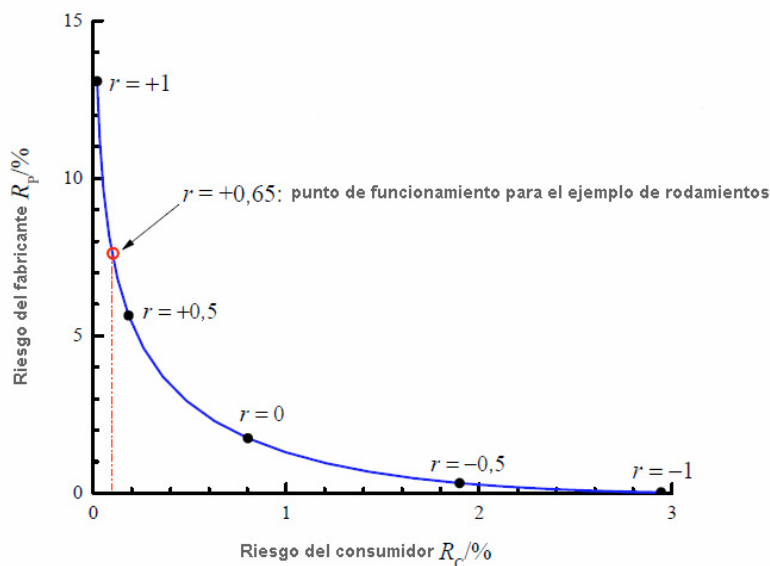


Figura 16 – Riesgo global R_p frente a R_c para el ejemplo del rodamiento de bolas. Cualquier punto de la curva corresponde a un valor determinado de r , el multiplicador de la zona de seguridad, con varios valores particulares identificados. Al reducir el riesgo del consumidor, desplazando el límite de aceptación hacia dentro del intervalo de tolerancia (aumentando r), siempre se aumenta el riesgo de rechazos erróneos de rodamientos conformes. Se requiere un análisis económico para elegir la regla de decisión óptima. El círculo abierto marca el punto de funcionamiento en el ejemplo analizado.

9.5.5 Enfoque gráfico general

9.5.5.1 Para un proceso con una tolerancia T dada, una FDP normal previa $g_0(\eta) = \varphi(\eta; y_0, u_0^2)$ y una FDP normal del sistema de medida $h(\eta_m | \eta) = \varphi(\eta_m; \eta, u_m^2)$, se puede crear un gráfico como el de la figura 17, que sirva de ayuda para fijar los límites de aceptación.

9.5.5.2 En este ejemplo se asume que la información previa es escasa, en el sentido de que $u_m^2 \ll u_0^2$, de forma que la estimación $y \approx \eta_m$, con incertidumbre típica asociada $u \approx u_m$ (véase el apartado A.4.4.3).

9.5.5.3 La figura muestra R_p frente a R_c para el caso particular en el que $u_0 = T/6$.

9.5.5.4 Las cinco curvas de la figura corresponden a valores del índice de capacidad de medición $C_m = T/(4u_m)$, en un rango de 2 a 10, y a lo largo de cada curva, los puntos sólidos indican zonas de seguridad con varios parámetros de longitud, desde $w = -U$ hasta $w = U$, con incertidumbre expandida U igual a $2u$.

9.5.5.5 Para utilizar este gráfico sería necesario tener en cuenta que

- se asume que el proceso está centrado, de forma que la estimación previa y_0 del mensurando está en el punto medio del intervalo de tolerancia;

- se asume que las zonas de seguridad superior e inferior tienen parámetros de longitud iguales en valor absoluto (intervalo de aceptación simétrico);
- R_p y R_c se calculan asumiendo unas FDP normales, tanto para el proceso como para el sistema de medida;
- es posible la interpolación para capacidades de medición distintas a los cinco valores mostrados;
- también es posible interpolar a lo largo de las curvas, para estimar las zonas de seguridad.

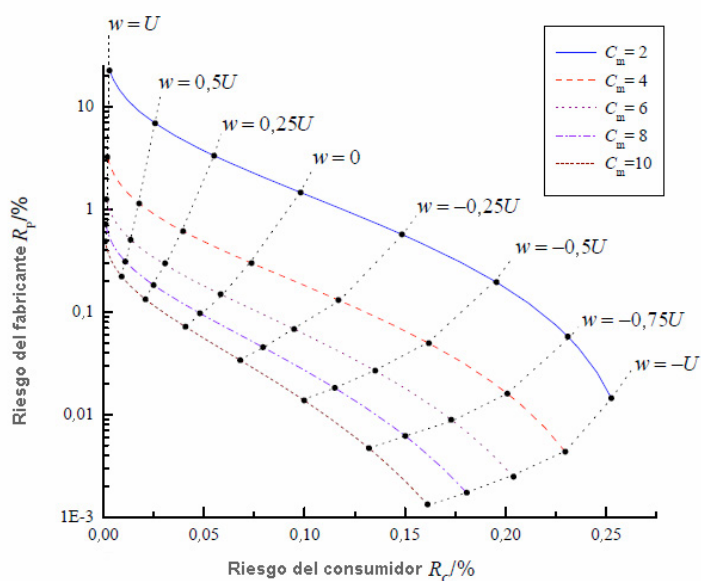


Figura 17 – Riesgo global R_p frente a R_c para una evaluación de la conformidad binaria con incertidumbre típica previa $u_0 = T / 6$. Las cinco curvas corresponden a valores del índice de capacidad de medición $C_m = T / (4u_m)$ en un intervalo de 2 a 10. Los puntos sólidos indican zonas de seguridad con parámetros de longitud, desde $w = -U$ hasta $w = U$, con $U = 2u$. Los valores positivos de w corresponden a una aceptación conservadora, con límites de aceptación dentro de los límites de tolerancia, como en la figura 12 de la página 28.

9.5.6 El valor de la incertidumbre de medida reducida

9.5.6.1 Al reducir la incertidumbre asociada al resultado de una medición de evaluación de la conformidad también se reducirá la probabilidad de tomar una decisión errónea de aceptación o rechazo. La figura 17 ilustra adecuadamente este hecho mediante las líneas discontinuas que marcan el lugar de las distintas zonas de seguridad.

9.5.6.2 Para una regla de decisión de aceptación simple ($w = 0$) se ve que, por ejemplo, si la incertidumbre de medida fuera tal que $C_m = T / (4u_m) = 2$, el riesgo del consumidor sería $R_c \approx 0,1\%$ y el riesgo correspondiente del fabricante sería $R_p \approx 1,5\%$.

9.5.6.3 Si se invirtiera en un sistema de medida mejorado, con $C_m = 10$, estos riesgos se reducirían hasta $R_c \approx 0,04\%$ y $R_p \approx 0,07\%$, respectivamente. El que dicha reducción en la incertidumbre de medida sea favorable económicamente depende del balance entre el coste de la metrología mejorada y el dinero ahorrado al cometer menos errores de decisión.

9.5.6.4 La mejora del proceso de producción (reduciendo la incertidumbre típica previa u_0) tendrá un efecto similar en la reducción de los riesgos del consumidor y del fabricante, y conllevará un análisis de coste o beneficio similar.

Anexo A (informativo)

Distribuciones normales

A.1 Función de densidad de probabilidad normal

A.1.1 Suponiendo que se mide una magnitud de interés Y , obteniendo una mejor estimación y y una incertidumbre típica asociada $u(y) = u$. En muchos casos, la dispersión de los valores probables η de Y en torno a la estimación y , dado un valor medido η_m , queda bien caracterizada por una función de densidad de probabilidad normal (FDP), tal que

$$g(\eta|\eta_m) = \frac{1}{u\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta - y}{u}\right)^2\right] =: \varphi(\eta; y, u^2), \quad (\text{A.1})$$

donde $y = y(\eta_m)$. En muchas mediciones de la evaluación de la conformidad, $y \approx \eta_m$, pero éste no es siempre el caso; véase el apartado A.4.4.

A.2 Integrales de FDP normales

A.2.1 A menudo, al calcular probabilidades de cobertura, probabilidades de la conformidad o riesgos del consumidor y del fabricante, hay que evaluar las integrales de FDP normales entre límites finitos o semi-infinitos. Dichas integrales no pueden evaluarse de forma cerrada y, por tanto, se evalúan de forma numérica y se tabulan. Para simplificar la notación conviene introducir la FDP normal típica, $\varphi_0(t)$, definida por

$$\varphi_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-t^2/2) = \varphi(t; 0, 1). \quad (\text{A.2})$$

A.2.2 Existen dos formas comunes para encontrar las integrales de FDP normales:

(a) la función de distribución normal típica, $\Phi(t)$, definida por

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp(-t^2/2) dt = \int_{-\infty}^z \varphi_0(t) dt, \quad (\text{A.3})$$

y

(b) la función de error, $\text{erf}(z)$, definida por

$$\text{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^z \exp(-t^2) dt. \quad (\text{A.4})$$

Estas funciones están relacionadas entre sí de manera sencilla. A partir de las definiciones (A.3) y (A.4) se aprecia que

$$\Phi(z) = \frac{1}{2} \left[1 + \text{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right) \right]. \quad (\text{A.5})$$

A.2.3 Considérese la probabilidad de que Y esté comprendida en el intervalo $a \leq Y \leq b$, dado un valor medido η_m . Para la FDP normal de la expresión (A.1) esta probabilidad viene dada por

$$\Pr(a \leq Y \leq b | \eta_m) = \frac{1}{u\sqrt{2\pi}} \int_a^b \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta - y}{u}\right)^2\right] d\eta.$$

Haciendo el cambio $z = (\eta - y)/u$ y $dz = d\eta/u$, la expresión se convierte en

$$\Pr(a \leq Y \leq b | \eta_m) = \int_{(a-y)/u}^{(b-y)/u} \varphi_0(z) dz = \Phi\left(\frac{b-y}{u}\right) - \Phi\left(\frac{a-y}{u}\right), \quad (\text{A.6})$$

utilizando las expresiones (A.2) y (A.3).

A.3 Probabilidades de cobertura para FDP normales

A.3.1 En un caso particular, en el que los puntos a y b definen un intervalo de cobertura (o intervalo de incertidumbre) de amplitud $2U$ en torno a la estimación y , $U = ku$ es la incertidumbre expandida para un factor de cobertura k determinado (véase el apartado 6.3.2). Entonces, $a = y - ku$, $b = y + ku$ y la expresión (A.6) se convierte en

$$\Pr(|Y - y| \leq ku | \eta_m) = \Phi(k) - \Phi(-k) = \operatorname{erf}(k/\sqrt{2}) = P(k).$$

Las probabilidades de cobertura (o niveles de confianza) para $k = 1, 2$ y 3 serán:

$$P(1) = \Phi(1) - \Phi(-1) = \operatorname{erf}(1/\sqrt{2}) = 0,683 = 68,3\%,$$

$$P(2) = \Phi(2) - \Phi(-2) = \operatorname{erf}(2/\sqrt{2}) = 0,955 = 95,5\%,$$

$$P(3) = \Phi(3) - \Phi(-3) = \operatorname{erf}(3/\sqrt{2}) = 0,997 = 99,7\%.$$

A.4 Densidades de probabilidad de procesos y medición normales

A.4.1 FDP previa $g_0(\eta)$ para el mensurando Y

A.4.1.1 Antes de realizar una medición, el conocimiento del mensurando Y queda, a menudo, bien caracterizado por una FDP normal previa. Indicando la mejor estimación con y_0 y la incertidumbre típica asociada con u_0 , esta FDP previa viene dada por

$$g_0(\eta) = \varphi(\eta; y_0, u_0^2) = \frac{1}{u_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta - y_0}{u_0}\right)^2\right] = \sqrt{\frac{w_0}{2\pi}} \exp\left[-\frac{w_0}{2}(\eta - y_0)^2\right]. \quad (\text{A.7})$$

En la última expresión se ha introducido un peso, $w_0 = 1/u_0^2$, para simplificar el desarrollo posterior.

A.4.2 FDP $h(\eta_m|\eta)$ para Y_m , dado un valor $Y = \eta$

A.4.2.1 Suponiendo que el sistema de medida utilizado en una evaluación de la conformidad se caracteriza mediante la función de verosimilitud por una FDP normal. Si dicho sistema se utiliza para medir una propiedad de interés con un valor asumido $Y = \eta$, la FDP que transmite confianza en los valores posibles de Y_m viene dada por

$$h(\eta_m|\eta) = \varphi(\eta_m; \eta, u_m^2) = \frac{1}{u_m \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\eta_m - \eta}{u_m}\right)^2\right] = \sqrt{\frac{w_m}{2\pi}} \exp\left[-\frac{w_m}{2} (\eta_m - \eta)^2\right], \quad (\text{A.8})$$

donde $w_m = 1/u_m^2$.

A.4.2.2 La FDP normal de la expresión (A.8) caracteriza razonablemente una medición analizada según el procedimiento descrito en la GUM, en el caso de que se den las condiciones necesarias para la validez del teorema del límite central. La GUM no asume un conocimiento previo del mensurando, de forma que la dispersión de valores que podrían atribuirse razonablemente a un mensurando tras una medición, se caracteriza por la incertidumbre típica u_m .

A.4.3 FDP marginal $h_0(\eta_m)$ para Y_m

A.4.3.1 Es interesante preguntar, así como práctico conocer, qué valor medido η_m podría obtenerse si se elige un elemento de un proceso de producción de forma aleatoria y se mide la propiedad de interés Y . Para un proceso caracterizado por la FDP previa de la expresión (A.7) y un sistema de medida caracterizado por la FDP de la expresión (A.8), la FDP deseada puede calcularse como una densidad de probabilidad marginal, utilizando la expresión (16a), de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} h_0(\eta_m) &= \int_{-\infty}^{\infty} g_0(\eta) h(\eta_m|\eta) d\eta \\ &= \frac{\sqrt{w_0 w_m}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{1}{2} (w_0(\eta - y_0)^2 + w_m(\eta_m - \eta)^2)\right] d\eta \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{w_0 w_m}{w_0 + w_m}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{w_0 w_m}{w_0 + w_m} (\eta_m - y_0)^2\right] \\ &= \frac{1}{u_{\eta_m} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\eta_m - y_0}{u_{\eta_m}}\right)^2\right] \\ &= \varphi(\eta_m; y_0, u_{\eta_m}^2), \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

donde

$$u_{\eta_m} = \sqrt{\frac{w_0 + w_m}{w_0 w_m}} = \sqrt{u_0^2 + u_m^2}. \quad (\text{A.10})$$

A.4.3.2 La FDP $h_0(\eta_m)$ se considera una distribución normal con una esperanza matemática y_0 y una incertidumbre típica asociada u_{η_m} , dada por la expresión (A.10).

A.4.3.3 La esperanza matemática $E(Y_m) = y_0$ procede del supuesto de que se han corregido todos los errores sistemáticos importantes reconocidos del sistema de medida y que, por tanto, está libre de sesgo.

A.4.3.4 La incertidumbre típica u_{η_m} en la expresión (A.10) se considera la suma cuadrática de las incertidumbres típicas asociadas a las FDP del proceso y del sistema de medida. Las dos fuentes de incertidumbre (un proceso incierto y un sistema de medida imperfecto) se combinan de forma natural, teniendo un efecto sobre el conocimiento de posibles valores medidos de una propiedad de interés. Con un sistema de medida muy preciso, en el sentido de que $u_m \ll u_0$, entonces $u_{\eta_m} \approx u_0$ y prácticamente toda la incertidumbre sobre los valores de magnitudes posibles medidas se debe a una información incompleta sobre el proceso de producción.

A.4.4 FDP posterior (tras la medida) $g(\eta | \eta_m)$ para Y

A.4.4.1 Al equiparar y reorganizar los lados derechos de las expresiones (16a) y (16b) de la página 30, se consigue la FDP para el mensurando Y , tras una medición en la que se obtiene un valor medido η_m :

$$g(\eta | \eta_m) = \frac{g_0(\eta) h(\eta_m | \eta)}{h_0(\eta_m)}. \tag{A.11}$$

Al compararlo con la expresión (1) de la página 12, se demuestra que este resultado es una declaración del teorema de Bayes, con el denominador $h_0(\eta_m)$ dado por la expresión (A.9). Al sustituir las FDP normales de las expresiones (A.7) – (A.9) en la expresión (A.11) se obtiene

$$\begin{aligned} g(\eta | \eta_m) &= \sqrt{\frac{w_0 + w_m}{2\pi}} \exp \left[-\frac{w_0 + w_m}{2} \left(\eta - \frac{w_0 y_0 + w_m \eta_m}{w_0 + w_m} \right)^2 \right] \\ &= \frac{1}{u\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\eta - y}{u} \right)^2 \right] \\ &= \varphi(\eta; y, u^2), \end{aligned} \tag{A.12}$$

donde

$$y = \frac{w_0 y_0 + w_m \eta_m}{w_0 + w_m}, \tag{A.13}$$

y

$$u = \frac{1}{\sqrt{w_0 + w_m}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{u_0^2} + \frac{1}{u_m^2}}} = \frac{u_0 u_m}{\sqrt{u_0^2 + u_m^2}}. \tag{A.14}$$

A.4.4.2 El teorema de Bayes muestra el efecto sobre el mensurando Y de nueva información, expresado por el valor medido η_m y la incertidumbre típica asociada u_m . La densidad de probabilidad posterior (A.12) se considera una distribución normal cuya esperanza matemática (mejor estimación) y , expresión (A.13), es una media ponderada de y_0 y η_m , con pesos iguales a las inversas de las varianzas asociadas correspondientes.

A.4.4.3 A partir de la expresión (A.14) se observa que la incertidumbre típica u asociada a la estimación y siempre es inferior a u_0 y u_m . Hay dos casos de especial interés que se dan muy a menudo en la práctica.

- Si el conocimiento previo es tan escaso que no se hace ningún intento de asignar una FDP previa explícita al mensurando Y , entonces $u_m \ll u_0$ para que $w_m \gg w_0$. A partir de la expresión (A.14) resulta que

$$y \approx \eta_m, \quad u \approx u_m,$$

y puede considerarse que todo el conocimiento relevante de los valores posibles de Y deriva de la propia medición. Dichas mediciones son el objeto de la GUM, que es una guía para la evaluación de u_m , con un determinado modelo de medición apropiado.

- En una calibración típica, se utiliza un instrumento de medida para medir un patrón de referencia mediante el cual se obtiene una estimación y_0 de la magnitud Y con una pequeña incertidumbre típica asociada u_0 . Para dicha calibración, el error sistemático del instrumento se conoce muy poco *a priori*, en el sentido de que $u_0 \ll u_m$ o $w_0 \gg w_m$. Entonces, la FDP posterior de Y , es tal que utilizando la expresión (A.14) de nuevo,

$$y \approx y_0, \quad u \approx u_0.$$

Por sentido común, el conocimiento del patrón de referencia no cambia por la medición realizada en la calibración. No obstante, la lectura del instrumento da información sobre el error de indicación del instrumento, que es la magnitud de interés en una calibración.

A.5 Cálculos de riesgo con FDP normales y una regla de decisión binaria

A.5.1 En el apartado 9.5 se dieron las fórmulas generales para calcular los riesgos globales del consumidor y del fabricante y el apartado 9.5.3 trató el caso especial de una evaluación de la conformidad con una regla de decisión binaria. Puede ser interesante obtener expresiones para los riesgos globales en el caso común de una regla de decisión binaria en la que tanto el conocimiento previo de un mensurando como los posibles resultados de un sistema de medición son descritos por distribuciones normales.

A.5.2 Dadas las distribuciones normales, expresiones (A.7) y (A.8), para las FDP que caracterizan el proceso de producción y el sistema de medida, la FDP conjunta $f(\eta, \eta_m)$, (expresión [16a] en la página 30), para el resultado de una medida es

$$f(\eta, \eta_m) = g_0(\eta)h(\eta_m|\eta) = \frac{1}{2\pi u_0 u_m} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\eta - y_0}{u_0} \right)^2 + \left(\frac{\eta_m - \eta}{u_m} \right)^2 \right] \right\}.$$

Siendo $v = (\eta_m - \eta)/u_m$, $dv = d\eta_m/u_m$ y $z = (\eta - y_0)/u_0$, $dz = d\eta/u_0$ y sustituyéndolos en las expresiones (19) (20), se obtienen, tras la simplificación, los riesgos globales del consumidor y del fabricante:

$$R_C = \int_{-\infty}^{\frac{T_U - y_0}{u_0}} F(z) \varphi_0(z) dz + \int_{\frac{T_U - y_0}{u_0}}^{\infty} F(z) \varphi_0(z) dz \quad (\text{A.15})$$

y

$$R_P = \int_{\frac{T_L - y_0}{u_0}}^{\frac{T_U - y_0}{u_0}} (1 - F(z)) \varphi_0(z) dz . \quad (\text{A.16})$$

En estas expresiones, $\varphi_0(z) = (1/\sqrt{2\pi})\exp(-z^2/2)$ es la FDP normal típica y

$$F(z) = \Phi\left(\frac{A_U - y_0 - u_0 z}{u_m}\right) - \Phi\left(\frac{A_L - y_0 - u_0 z}{u_m}\right), \quad (\text{A.17})$$

donde $\Phi(t)$ es la función de distribución normal típica.

Anexo B

(informativo)

Conocimiento previo del mensurando

B.1 Control estadístico de procesos

B.1.1 En muchas evaluaciones de la conformidad, el conocimiento de un mensurando Y previo a la medida no se considera explícitamente al tomar la decisión de aceptación/rechazo. En dichos casos, que son típicos de medidas analizadas según los principios de la GUM, hay un supuesto implícito de que el conocimiento previo de Y es tan escaso que no tiene un efecto significativo en la decisión.

B.1.2 Para un proceso en el que se producen varios elementos nominalmente idénticos a lo largo del tiempo, la naturaleza del proceso puede estudiarse midiendo una muestra de su producción periódicamente. Las estadísticas generadas en el curso de dichas mediciones, como un promedio móvil de la muestra y una desviación típica de la muestra, proporcionan información sobre la estabilidad del proceso para que éste pueda ajustarse según proceda y cumpla los criterios de calidad de la producción. La generación y utilización de la información de medida de este modo es la base del control estadístico de procesos (CEP). Hay bastante documentación disponible. Véanse, por ejemplo, las referencias [33, 43].

B.1.3 El comportamiento de un proceso en el CEP se suele resumir asumiendo que una muestra de elementos medidos con fines de control de calidad comprende un conjunto de realizaciones de una distribución de frecuencia estable. El valor medio μ y la desviación típica σ de esta distribución se estiman a partir de las estadísticas de la muestra.

NOTA Un proceso para el que los valores medios y las desviaciones típicas muestran una variación aceptable respecto a los límites establecidos, de muestra a muestra, se conoce como un proceso estable.

B.1.4 La FDP previa $g_0(\eta)$ para un mensurando Y tomará entonces la forma matemática de la distribución de frecuencia sugerida por un histograma de valores de la magnitud medida. A la propiedad de interés de un elemento del proceso elegido de forma aleatoria, se le asignaría la mejor estimación $y_0 = \mu$ y la incertidumbre típica asociada $u_0 = \sigma$.

B.1.5 Este procedimiento de CEP típico tiene dos defectos principales: (a) una modelación fiable del proceso utilizando un histograma suele necesitar una muestra amplia, que puede no estar disponible, y (b) la incertidumbre asociada con las medidas de la muestra se ignora y no tiene ninguna función a la hora de asignar la FDP $g_0(\eta)$. El enfoque siguiente trata ambos defectos y reduce el resultado del CEP a los límites adecuados.

B.2 Elemento elegido de forma aleatoria entre una muestra medida de elementos

B.2.1 Considérese una muestra n de elementos, cada uno con una propiedad Y de interés en una evaluación de la conformidad. La muestra se recoge durante un período de tiempo adecuado dentro de un proceso de producción que se supone que es estable. Algunos ejemplos son:

- una muestra de n bloques patrón, cada uno caracterizado por una longitud L ;
- una muestra de n voltímetros digitales, cada uno caracterizado por un error de indicación E al medir una tensión de referencia típica;

- una muestra de n conectores de fibra óptica, cada uno caracterizado por una pérdida de inserción Λ .

B.2.2 La propiedad de interés se mide para cada uno de los n elementos, obteniendo un conjunto de estimaciones y_1, \dots, y_n y una incertidumbre de medida típica asociada \tilde{u} . La incertidumbre \tilde{u} depende del procedimiento utilizado para medir las muestras y se asume que es la misma para todas las mediciones. Las propiedades de la muestra entonces se resumen calculando la media de la muestra \bar{y} y la varianza de la muestra s^2 definidas por

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k, \quad (\text{B.1})$$

y

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2. \quad (\text{B.2})$$

NOTA La varianza de la muestra se define a menudo dividiendo la suma $\sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2$ entre $n - 1$ en lugar de n . La cantidad resultante puede considerarse como un estimador no sesgado de la varianza σ^2 de una distribución de frecuencia, a partir de la cual se supone que se ha extraído la muestra de datos. En la definición de s^2 en la expresión (B.2), el objetivo no es estimar una varianza desconocida sino caracterizar la dispersión de los valores de la muestra en torno a su promedio. Si se asume que los datos son una muestra aleatoria de una distribución de frecuencia normal $\varphi(\eta; \mu, \sigma^2)$, entonces la varianza de la muestra (B.2) puede considerarse como el estimador de máxima verosimilitud de σ^2 [10].

B.2.3 Uno de los elementos medidos se elige de forma aleatoria (con una probabilidad $1/n$) y se considera representativo del proceso de producción. Considérese que Y_r denota la propiedad de interés para el elemento seleccionado de forma aleatoria. La información pertinente a los posibles valores η de Y_r solo consiste en las estadísticas de la muestra (B.1) y (B.2), descartando las estimaciones individuales y_1, \dots, y_n cuando se hayan realizado las mediciones. Las propiedades resumidas de la FDP de Y_r pueden calcularse como se indica a continuación.

B.2.4 Considérese que $f_r(\eta)$ es la FDP de Y_r y que denota las FDP para las n propiedades de muestra Y_1, \dots, Y_n por $f_k(\eta)$, $k = 1, \dots, n$. Teniendo en cuenta que cada elemento n tiene las mismas posibilidades de ser elegido, $f_r(\eta)$ puede escribirse como la FDP marginal

$$f_r(\eta) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f_k(\eta), \quad (\text{B.3})$$

denominada de forma apropiada distribución de mezcla finita [41].

B.2.5 Normalmente, se desconoce la forma de una determinada FDP $f_k(\eta)$, pero puesto que aporta conocimiento de la propiedad Y_k del k -ésimo elemento medido,

$$E(Y_k) = y_k = \int_{-\infty}^{\infty} \eta f_k(\eta) d\eta, \quad (\text{B.4})$$

y

$$V(Y_k) = \tilde{u}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\eta - y_k)^2 f_k(\eta) d\eta. \quad (\text{B.5})$$

Dados estos resultados y la FDP $f_r(\eta)$ de la expresión (B.3), pueden calcularse la estimación y_r de la propiedad Y_r y la incertidumbre típica asociada u_r .

B.2.6 Para la estimación y_r tenemos, por definición

$$y_r = \int_{-\infty}^{\infty} \eta f_r(\eta) d\eta = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \int_{-\infty}^{\infty} \eta f_k(\eta) d\eta = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k,$$

donde se ha utilizado la expresión (B.4) en el último paso. La comparación de este resultado con la expresión (B.1) demuestra que la estimación *a priori* de Y es igual al promedio de muestra:

$$y_r = \bar{y}. \quad (\text{B.6})$$

B.2.7 La varianza asociada de Y , cuya raíz cuadrada positiva es la incertidumbre típica, viene dada por

$$u_r^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\eta - \bar{y})^2 f_r(\eta) d\eta = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \int_{-\infty}^{\infty} (\eta - \bar{y})^2 f_k(\eta) d\eta. \quad (\text{B.7})$$

Donde podemos expresar

$$(\eta - \bar{y})^2 = (\eta - y_k + y_k - \bar{y})^2 = (\eta - y_k)^2 + (y_k - \bar{y})^2 + 2(\eta - y_k)(y_k - \bar{y}),$$

utilizando las expresiones (B.4) y (B.5), y sustituyéndolas en la expresión (B.7) se obtiene el resultado

$$u_r^2 = \tilde{u}^2 + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2. \quad (\text{B.8})$$

B.2.8 La suma del lado derecho de la expresión (B.8) se considera la varianza de la muestra s^2 [véase la expresión (B.2)] de forma que

$$u_r^2 = \tilde{u}^2 + s^2, \quad (\text{B.9})$$

y la incertidumbre típica asociada con la estimación previa y_0 es

$$u_r = \sqrt{\tilde{u}^2 + s^2}. \quad (\text{B.10})$$

B.2.9 La incertidumbre típica u_r dada por la expresión (B.10) se considera una combinación cuadrática (o raíz cuadrada de la suma de los cuadrados) de dos componentes que son concretamente los dos parámetros que resumen los datos de la muestra: un término \tilde{u}^2 debido a la incertidumbre típica común asociada con las medidas de la muestra, y un término s^2 que caracteriza la variabilidad de las estimaciones y_1, \dots, y_n .

NOTA La variabilidad debida a la variación del proceso y a la falta de repetibilidad de la medición se combina en la varianza de la muestra observada s^2 . La incertidumbre típica \tilde{u} debería incluir un componente que incorpore el efecto de la variación de la medición.

B.2.10 La estimación calculada y la varianza de la muestra para el elemento elegido de forma aleatoria, expresiones (B.6) y (B.7), se toman para caracterizar la producción futura del proceso, asumiendo que son estables y libres de deriva. El modelo lógico tiene el siguiente razonamiento metrológico o de inspección:

“He elegido un elemento futuro del proceso de producción. ¿Qué puedo decir de la propiedad Y de este elemento antes de medirlo? Basándome en los resultados de las mediciones de la muestra, creo que la mejor estimación de Y es $y_0 = y_t$, dada por la expresión (B.6), con una varianza asociada $u_0^2 = u_t^2$, dada por la expresión (B.9). Hasta aquí llega mi conocimiento. Dada esta información y el principio de máxima entropía (véase el JCGM 101:2008 6.3 y la referencia [45]), asignaré una FDP normal para expresar y formular mi conocimiento previo de la propiedad Y de este elemento”.

B.2.11 Esto lleva a la distribución normal (o gaussiana) siguiente para formular el conocimiento previo de la propiedad Y :

$$g_0(\eta) = \frac{1}{u_0 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\eta - y_0}{u_0} \right)^2 \right] = \varphi(\eta; y_0, u_0^2),$$

con $y_0 = \bar{y}$ y $u_0^2 = \tilde{u}^2 + s^2$.

B.2.12 En el caso común en el que $s^2 \gg \tilde{u}^2$, la incertidumbre del valor de una propiedad de un elemento elegido de forma aleatoria del proceso de producción está dominada por la variabilidad del proceso. Entonces, $u_0 \approx \sigma \approx s$, donde el proceso es modelado por una distribución de frecuencia con una desviación típica σ estimada por la desviación típica s de la muestra.

B.3 Una propiedad positiva cerca de un límite físico

B.3.1 Una FDP normal tiene un rango infinito. En el caso de una propiedad (mensurando) que sea estrictamente positiva, una FDP normal asignada distribuirá una fracción de su probabilidad sobre valores negativos (y, por tanto, imposibles) de la propiedad. Para una propiedad cuya mejor estimación esté dentro de varias veces su incertidumbre típica asociada de cero, esta fracción de la probabilidad puede ser importante. En tal caso, asignar una FDP normal sería una forma poco razonable de formular el conocimiento del mensurando.

B.3.2 Muchas FDP bien conocidas están limitadas a valores positivos de sus argumentos. Dependiendo de la información disponible, dicha FDP puede servir para modelar el conocimiento de un mensurando Y cerca de un límite físico. En el caso en que el conocimiento de $Y \geq 0$ esté limitado a una estimación y su varianza asociada, como en el apartado B.2, el principio de máxima entropía lleva a la asignación de una distribución normal truncada en cero [11]. Si se cree que los valores de Y cercanos a cero presentan una probabilidad despreciable, puede que sea adecuado asignar una FDP $g_0(\eta)$ previa que tienda a cero al tender $\eta \rightarrow 0$. Una distribución así es la FDP gamma, cuyo uso servirá de ejemplo.

B.3.3 La FDP gamma, con parámetros positivos α y λ , está definida por

$$\text{gamma}(\eta; \alpha, \lambda) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \eta^{\alpha-1} e^{-\lambda\eta}, \quad \eta \geq 0, \quad (\text{B.11})$$

donde $\Gamma(\alpha)$ es la función gamma:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx.$$

NOTA 1 Entre los casos especiales de la FDP gamma se incluyen gamma $(\eta; 1, \lambda)$ (una FDP exponencial con parámetro λ) y gamma $(\eta; n/2, 1/2)$ (una FDP chi-cuadrado con n grados de libertad).

NOTA 2 Es posible definir una distribución gamma de tres parámetros sustituyendo η por $(\eta - \gamma)$ en la expresión (B.11), donde el parámetro γ se convierte en el último punto de la izquierda y la distribución queda restringida al intervalo $\eta \geq \gamma$.

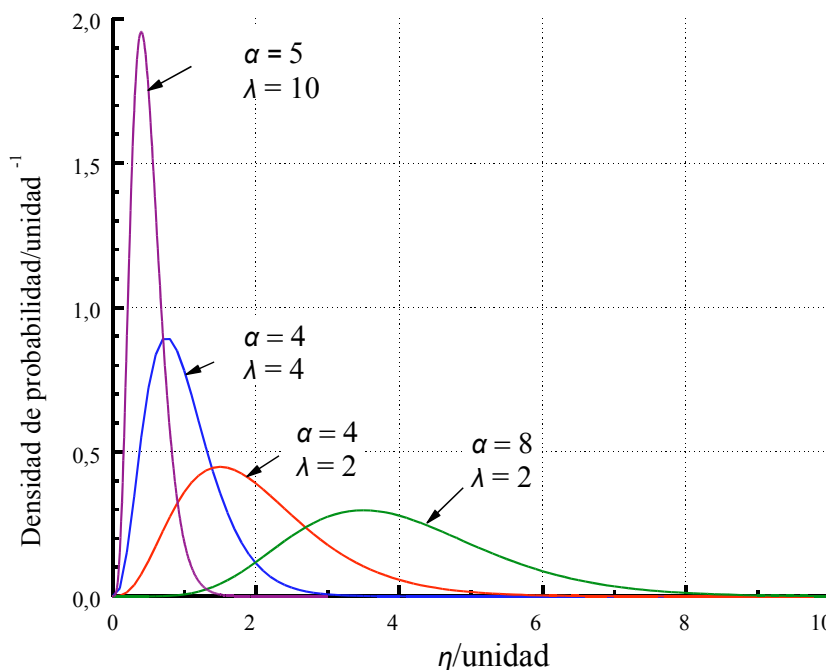


Figura B.1 – Varias FDP gamma $(\eta; \alpha, \lambda)$, calculadas según la expresión (B.11), para pares de parámetros elegidos (α, λ) .

B.3.4 La figura B.1 muestra cuatro FDP gamma para valores determinados de α y λ . La esperanza matemática y varianza de la FDP gamma vienen dadas por

$$E(Y) = y_0 = \frac{\alpha}{\lambda}, \quad V(Y) = u_0^2 = \frac{\alpha}{\lambda^2}, \quad (\text{B.12})$$

y el valor máximo (moda) de la distribución se da cuando

$$\eta = \frac{\alpha - 1}{\lambda}. \quad (\text{B.13})$$

B.3.5 Dado un estado determinado de información previa, se pueden estimar los valores adecuados de α y λ utilizando estas expresiones. En el caso en que el conocimiento de una propiedad (mensurando) Y se obtenga midiendo una muestra de elementos producidos, la estimación previa y varianza asociada se estiman por las estadísticas de la muestra: $y_0 = \bar{y}$ y $u_0^2 = s^2$. Entonces, las expresiones (B.12) pueden resolverse para los parámetros de la FDP gamma:

$$\alpha = \frac{\bar{y}^2}{s^2}, \quad \lambda = \frac{\bar{y}}{s^2}. \quad (\text{B.14})$$

Estas estimaciones son las llamadas estimaciones del “método de los momentos” y pueden ser insatisfactorias para un tamaño pequeño de la muestra. Las estimaciones de máxima verosimilitud son una alternativa, pero éstas suelen necesitar alguna forma de optimización numérica o la solución de un sistema de ecuaciones no lineales.

B.3.6 El apartado 9.5.4 da un ejemplo de la utilización de una FDP gamma en el cálculo de los riesgos del consumidor y fabricante.

B.3.7 Los libros de Evans, Hastings y Peacock [30] y Johnson, Kotz y Balakrishnan [28] ofrecen información útil sobre las propiedades y usos de las distribuciones de probabilidad.

Anexo C (informativo)

Glosario de símbolos principales

NOTA FDP es un término abreviado que se refiere a *función de densidad de probabilidad*.

\mathcal{A}	intervalo de valores medidos aceptables Y_m
$\tilde{\mathcal{A}}$	intervalo de valores medidos no aceptables Y_m
A_L	límite inferior de aceptación
A_U	límite superior de aceptación
a	límite inferior del intervalo en el que se sabe que se encuentra la variable aleatoria
b	límite superior del intervalo en el que se sabe que se encuentra la variable aleatoria
\mathcal{C}	intervalo de valores conformes de una propiedad de interés (mensurando) Y
$\tilde{\mathcal{C}}$	intervalo de valores no conformes de una propiedad de interés (mensurando) Y
C_m	índice de capacidad de medición
$E(X)$	esperanza matemática de una variable aleatoria X
$E(Y \eta_m)$	esperanza matemática condicional de un mensurando Y , dado un valor de magnitud medida η_m
E_{\max}	error máximo permitido de indicación para un instrumento de medida
$\text{erf}(z)$	función de error con variable z
$f(\eta, \eta_m)$	FDP conjunta con variables η y η_m para las magnitudes Y e Y_m
$G_X(\xi)$	función de distribución con variable ξ para la magnitud X
$\text{gamma}(\eta; \alpha, \lambda)$	FDP gamma con variable η y parámetros α y λ
$g(\eta \eta_m)$	FDP con variable η para un mensurando Y , dado un valor de magnitud medida η_m
$g_0(\eta)$	FDP con variable η para un mensurando Y previa a la medición
$g_0(\eta I)$	FDP previa con variable η para un mensurando Y con indicación explícita de la información previa I ; al igual que $g_0(\eta)$
$g_X(\xi)$	FDP con variable ξ para la magnitud X
$h(\eta_m \eta)$	FDP con variable η_m para la magnitud de salida Y_m de un sistema de medida, dado un valor verdadero asumido η de un mensurando Y
$h_0(\eta_m)$	FDP marginal con una variable η_m de la magnitud de salida Y_m de un sistema de medida
k	factor de cobertura

$\mathcal{L}(\eta; \eta_m)$	función de verosimilitud de un valor verdadero η dado un valor de magnitud medida η_m
p	probabilidad de cobertura
p_c	probabilidad de la conformidad
\bar{p}_c	probabilidad de la no conformidad
R_C	riesgo global del consumidor
R_C^*	riesgo específico del consumidor
R_P	riesgo global del fabricante
R_P^*	riesgo específico del fabricante
s^2	varianza de la muestra
T	tolerancia
T_L	límite inferior de tolerancia
T_U	límite superior de tolerancia
U	incertidumbre expandida
u	incertidumbre típica
u_0	incertidumbre típica asociada a una estimación y_0 de un mensurando Y antes de realizar la medición
u_m	incertidumbre típica asociada a un valor de magnitud medida η_m cuando el conocimiento previo del mensurando es despreciable
$V(X)$	varianza de una variable aleatoria X
$V(Y \eta_m)$	varianza condicional de un mensurando Y , dado un valor medido de la magnitud η_m
w	parámetro de longitud de una zona de seguridad
Y	propiedad mensurable (mensurando) de un elemento, considerado como una variable aleatoria
Y_m	resultado de un sistema de medida, considerado como una variable aleatoria
\bar{y}	media de la muestra
y_0	esperanza matemática de Y antes de realizar la medición
\tilde{y}	valor escalado de la magnitud medida
α	parámetro de una FDP gamma
$\Gamma(z)$	función gamma con variable z
η	variable que describe los valores posibles del mensurando Y
λ	parámetro de una FDP gamma
$\Phi(z)$	función de distribución normal típica con variable z
$\varphi_0(z)$	FDP normal típica con variable z

$\varphi(\eta; y, u^2)$ FDP normal (gaussiana) con variable η , esperanza matemática y y varianza u^2

Bibliografía

- [1] AGILENT TECHNOLOGIES. Metrology Forum. 2001.
<http://metrologyforum.tm.agilent.com/terminology.shtml>.
- [2] AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. ASME B89.7.3.1:2001 *Guidelines for decision rules: Considering measurement uncertainty in determining conformance to specifications*. New York, NY, 2001.
- [3] BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, AND OIML. Evaluation of measurement data - Supplement 3 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" - Modelling. Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM 103, in preparation.
- [4] BOX, G. E. P., AND TIAO, G. C. *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. Wiley Classics Library. John Wiley and Sons, 1992.
- [5] D'AGOSTINI, G. *Bayesian Reasoning in Data Analysis*. World Scientific Publishing, 2003.
- [6] DEEVER, D. How to maintain your confidence (in a world of declining test uncertainty ratios). *1993 NCSL Workshop and Symposium (1993)*, 133-53.
- [7] DEEVER, D. Guardbanding with confidence. *1994 NCSL Workshop and Symposium (1994)*, 383-94.
- [8] DEEVER, D. Managing calibration confidence in the real world. *1995 NCSL Workshop and Symposium (1995)*, 1-17.
- [9] DEEVER, D. Guardbanding and the world of ISO Guide 25: Is there only one way? *1998 NCSL Workshop and Symposium (1998)*, 319-32.
- [10] DEGROOT, M. H. *Probability and Statistics*. Addison-Wesley, 1975.
- [11] DOWSON, D. C., and Wragg, A. Maximum entropy distributions having prescribed first and second order moments. *IEEE Trans. IT 19 (1973)*, 689-693.
- [12] EAGLE, A. R. A method for handling errors in testing and measuring. *Ind. Qual. Control 10, 3 (1954)*, 10-15.
- [13] EURACHEM/CITAC Guide. *Use of uncertainty information in compliance assessment*, 1st ed., 2007.
http://www.eurachem.org/guides/Interpretation_with_expanded_uncertainty_2007_v1.pdf.
- [14] FEARN, T., FISHER, S. A., THOMPSON, M., AND ELLISON, S. A decision theory approach to fitness for purpose in analytical measurement. *The Analyst 127 (2002)*, 818-824.
- [15] FORBES, A. B. Measurement uncertainty and optimized conformance assessment. *Measurement 39 (2006)*, 808-814.
- [16] GREGORY, P. *Bayesian Logical Data Analysis for the Physical Sciences*. Cambridge University Press, 2005.
- [17] GRUBBS, F. A., AND COON, H. J. On setting test limits relative to specification limits. *Ind. Qual. Control 10, 3 (1954)*, 15-20.
- [18] HIBBERT, D. B. *Quality Assurance in the Analytical Chemistry Laboratory*. Oxford University Press, 2007.
- [19] INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION. IEC GUIDE 115 *Application of uncertainty of measurement to conformity assessment activities in the electrotechnical sector*. 2007. Edition 1.0.
- [20] INTERNATIONAL LABORATORY ACCREDITATION COOPERATION. ILAC-G8:1996 *Guidelines on assessment and reporting of compliance with specification*. Silverwater, Australia, 1996.
- [21] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO 14253-1:1998 *Geometrical Product Specifications GPS - Inspection by measurement of workpieces and measuring*

- equipment | Part 1: Decision rules for proving conformance or non-conformance with specifications. Geneva, 1998.
- [22] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO 10576-1:2003(E) *Statistical methods - Guidelines for the evaluation of conformity with specified requirements - Part 1: General principles*. Geneva, 2003.
- [23] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO/IEC 17025:2005 *General requirements for the competence of testing and calibration laboratories*. Geneva, 2005.
- [24] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO 3650 *Geometrical Product Specifications (GPS) - Length standards - Gauge blocks, 2nd ed.* Geneva, 1998.
- [25] INTERNATIONAL ORGANIZATION OF LEGAL METROLOGY. OIML R 111-1 Edition 2004(E) *Weights of classes E₁; E₂; F₁; F₂; M₁; M₁₋₂; M₂; M₂₋₃; M₃ - Part 1: Metrological and technical requirements*. Paris.
- [26] JAYNES, E. T. *Probability Theory: The Logic of Science*. Cambridge University Press, 2003.
- [27] JEFFREYS, H. *Theory of Probability*, 3rd ed. Clarendon Press, Oxford, 1983.
- [28] JOHNSON, N. L., KOTZ, S., AND BALAKRISHNAN, N. *Continuous Univariate Distributions, Volume 1*, 2nd ed. John Wiley & Sons, New York, NY, 1994.
- [29] KÄLLGREN, H., LAUWAARS, M., MAGNUSSON, B., PENDRILL, L., AND TAYLOR, P. Role of measurement uncertainty in conformity assessment in legal metrology and trade. *Accred. Qual. Assur.* 8 (2003), 541-47.
- [30] M. EVANS, N. H., AND PEACOCK, B. *Statistical Distributions*, 3rd ed. Wiley, 2000.
- [31] MODARRES, M., KAMINSKIY, M., AND KRIVTSOV, V. *Reliability and Risk Analysis*. Marcel Dekker, New York, 1999.
- [32] NCSL INTERNATIONAL. ANSI/NCSL Z540-3:2006 *Requirements for the Calibration of Measuring and Test Equipment*. Boulder, Colorado USA, 2006.
- [33] OAKLAND, J. S. *Statistical Process Control*, 6th ed. Butterworth-Heinemann, 2007.
- [34] PENDRILL, L. R. Optimised measurement uncertainty and decision-making when sampling by variables or by attribute. *Measurement* 39 (2006), 829-840.
- [35] PENDRILL, L. R. Optimised measurement uncertainty and decision-making in conformity assessment. *NCSLI Measure* 2, 2 (2007), 76-86.
- [36] PENDRILL, L. R., AND KÄLLGREN, H. Exhaust gas analysers and optimised sampling, uncertainties and costs. *Accred. Qual. Assur.* 11 (2006), 496-505.
- [37] POSSOLO, A., AND TOMAN, B. Assessment of measurement uncertainty via observation equations. *Metrologia* 44 (2007), 464-475.
- [38] ROSSI, G. B., AND CRENNNA, F. A probabilistic approach to measurement-based decisions. *Measurement* 39 (2006), 101-19.
- [39] SIVIA, D. S. *Data Analysis - A Bayesian Tutorial*. Clarendon Press, Oxford, 1996.
- [40] SOMMER, K.-D., AND KOCHSIEK, M. Role of measurement uncertainty in deciding conformance in legal metrology. *OIML Bulletin XLIII*, 2 (April 2002), 19-24.
- [41] TITTERINGTON, D. M. *Statistical analysis of finite mixture distributions*. Wiley, 1985.
- [42] VAN DER GRINTEN, J. G. M. Confidence levels of measurement-based decisions. *OIML Bulletin XLIV*, 3 (July 2003), 5-11.
- [43] WHEELER, D. J., AND CHAMBERS, D. S. *Understanding Statistical Process Control*, 2nd ed. SPC Press, 1992.
- [44] WILLIAMS, E., AND HAWKINS, C. The economics of guardband placement. In *Proceedings of the 24th IEEE International test Conference* (Baltimore, 1993).

- [45] WÖGER, W. Probability assignment to systematic deviations by the principle of maximum entropy. *IEEE Trans. Inst. Meas.* *IM-20*, 2 (1987), 655-8.

Índice alfabético

- aceptación conservadora, iv, 24, 25, 34, 36, 38
- control de procesos estadísticos, v, 46
- desviación típica, 3, 4, 13, 15, 20, 26, 27, 34, 46, 49
- muestral, 34, 46, 49
- distribución de probabilidad, 2, 3, 30
- elemento, v, vii, viii, 1, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 12, 14, 15-17, 22-32, 42, 46, 47, 49, 53
- elemento no conforme, 7, 23-25, 29
- error máximo permitido, 2, 7, 11, 20, 52
- esperanza matemática, 3, 6, 13, 15, 20, 26, 34, 35, 43, 44, 50, 52-54
- evaluación de la conformidad, i, ii, iv, vii, viii, 1, 2, 5, 6, 8-12, 19, 23, 27-36, 38, 40, 42, 44, 46
- FDP, véase función de densidad de probabilidad, iv, v, viii, 1, 3, 4, 8, 9, 11-21, 23, 25-28, 30-32, 34, 35, 37, 38, 40-54
- función de densidad de probabilidad, v, viii, 1-3, 11, 30, 40, 52
- gamma, 34, 35, 49-53
 - conjunta, v, 30-32, 44, 52
 - normal, 16, 18, 20, 21, 25, 26, 32, 34, 35, 37, 40-43, 45, 49, 53, 54
 - posterior, v, 8, 13, 21, 43, 44
 - previa, v, 12, 28, 34, 35, 37, 41, 42, 44, 46, 49, 52,
- función de distribución, 1-3, 13, 14, 16, 40, 45, 52, 53
- incertidumbre, i, ii, iv-viii, 1, 2, 4, 7-10, 13-23, 25-27, 31, 32, 34, 35, 37-44, 46-49, 53
- expandida, 8, 14, 20, 22, 23, 25, 37, 41, 53
 - de medida, i, ii, v-viii, 1, 2, 4, 7, 9, 10, 14, 22, 23, 27, 32, 34, 38, 47
 - típica, iv, vii, viii, 13-18, 21, 22, 26, 34, 35, 37-44, 46, 48, 49, 53
- indicación, vii, viii, 2, 5-7, 9, 20, 23, 44, 46, 52
- índice de capacidad de medición, iv, 7, 20, 21, 23, 37, 52
- inspección, v, vii, 1, 5, 9, 10, 12, 16, 28, 32, 33, 36, 49
- intervalo de aceptación, viii, 1, 6, 8, 22, 24-31, 33, 35, 36, 38,
- intervalo de cobertura, vii, viii, 1, 4, 5, 14, 19, 20, 22-24, 27, 41,
- intervalo de rechazo, 7
- intervalo de tolerancia, vii, viii, 6, 8, 10, 14, 16-19, 21-28, 30-32, 35, 37
- límite/s de aceptación, iv, v, viii, ix, 1, 6, 7, 9, 22, 23, 24-26, 30-38
- límite/s de tolerancia, iv, vii, ix, 6-7, 9, 10, 11, 16-20, 23-27, 34, 38
- magnitud, vii, viii, 1, 4-8, 12, 13, 16, 20-22, 25, 28, 40, 44, 46, 52, 53
- medida, i, ii, v-viii, 1, 2, 4-10, 12-15, 19-23, 25-28, 30-32, 34, 35, 37, 38, 42-44, 46, 47, 52, 53
- mensurando, iv, v, vii, viii, 4, 5, 7-15, 18, 19, 21, 23, 24, 28, 30, 37, 41-44, 46, 49, 51-53
- probabilidad de cobertura, viii, 1, 4, 5, 14, 19, 20, 53
- probabilidad de la conformidad, iv, viii, 14-20, 26, 29, 30, 32, 53
- propiedad, v, vii, viii, 1, 4, 6-9, 11-14, 16, 19-23, 25, 27, 28, 30, 32, 34, 42, 43, 46-49, 51-53
- rechazo conservador, iv, 25, 26
- regla de decisión, iv, v, 7, 9, 22-28, 32, 34-38, 44
- requisitos especificados, iv, 10, 14
- resultado de medida, vii, 1, 4, 5, 7, 9, 19, 20

riesgo compartido, 22,, 36
riesgo del consumidor, 1, 7, 24, 29, 30, 32,
35-38
 global, 7, 29-31, 34, 36, 53
 específico, 7, 29, 30, 53
riesgo del fabricante, 1, 7, 26, 29, 30, 36
 global, 7, 30, 31, 36, 53
 específico, 7, 29, 30, 53
teorema de Bayes, iv, 9, 11-13, 43, 44
tolerancia, iv, vii-ix, 6-11, 14, 16-28, 30-38, 53
valor de magnitud, 8, 52, 53
 medido(a), viii, 4-8, 12, 13, 46, 52
 verdadero, 4
valor medido, véase valor de magnitud, viii, 5,
7, 8, 12, 22, 23, 25, 27-31, 40-44, 53
varianza, 4, 13, 47-51, 53, 54
 de la muestra, 47-49, 53
zona de seguridad, 7, 24-27, 34, 36, 37, 53

CENTRO ESPAÑOL DE METROLOGÍA

C/ del Alfar, 2
28760 Tres Cantos
Madrid
España

Teléfono: 91 8074 700
Fax: 91 8074 807

e-mail: cem@cem.es
Internet: <http://www.cem.es>

NIPO: 074150077



MINISTERIO
DE INDUSTRIA, ENERGÍA
Y TURISMO

CEM CENTRO ESPAÑOL
DE METROLOGÍA